



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS RUSSAS**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE SOFTWARE**

**MATEUS SOUSA DAMIANO**

**CG.LAB: PLATAFORMA INTERATIVA PARA ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR**  
**APLICADA À COMPUTAÇÃO GRÁFICA**

**RUSSAS**

**2025**

MATEUS SOUSA DAMIANO

CG.LAB: PLATAFORMA INTERATIVA PARA ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR  
APLICADA À COMPUTAÇÃO GRÁFICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Graduação em Engenharia de Software  
do Campus Russas da Universidade Federal do  
Ceará, como requisito parcial à obtenção do  
grau de bacharel em Engenharia de Software.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Fernandes  
Ivo

RUSSAS

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

D165c Damiano, Mateus Sousa.  
CG.lab : plataforma interativa para ensino de Álgebra Linear aplicada à Computação Gráfica / Mateus Sousa Damiano. – 2025.  
62 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas, Curso de Engenharia de Software, Russas, 2025.  
Orientação: Prof. Dr. Rafael Fernandes Ivo.

1. Computação gráfica. 2. Software educacional. 3. Álgebra linear. 4. Ferramenta interativa. I. Título.  
CDD 005.1

---

MATEUS SOUSA DAMIANO

CG.LAB: PLATAFORMA INTERATIVA PARA ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR  
APLICADA À COMPUTAÇÃO GRÁFICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia de Software do Campus Russas da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia de Software.

Aprovada em: 01 de Agosto de 2025

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Rafael Fernandes Ivo (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Anderson Feitoza Leitão Maia  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Marcos Vinicius de Andrade Lima  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos meus familiares e amigos, que sempre acreditaram em mim e me deram forças para seguir em frente.

## **AGRADECIMENTOS**

Inicialmente, agradeço à minha família, que sempre me apoiou em minha jornada, disponibilizando todos os meios possíveis para que eu tivesse as melhores oportunidades.

Ao meu orientador, Prof. Rafael Fernandes Ivo, pela confiança em mim como orientando e pela valiosa orientação que possibilitou a conclusão deste trabalho.

Aos alunos que aceitaram participar do estudo e contribuíram de forma significativa para o aprimoramento da plataforma desenvolvida.

Aos meus amigos, que estiveram presentes em toda a minha trajetória acadêmica, pelos momentos de incentivo, conselhos e descontração. Vocês foram essenciais para a conclusão da minha graduação.

“O que eu ouço, eu esqueço. O que eu vejo, eu lembro. O que eu faço, eu aprendo.”

(Confúcio)

## RESUMO

A álgebra linear é um componente essencial em diversas áreas da computação, especialmente na computação gráfica, onde conceitos como vetores, matrizes e transformações geométricas são amplamente utilizados. Contudo, o ensino dessa disciplina apresenta desafios devido ao seu caráter abstrato e à dificuldade dos alunos em visualizar aplicações práticas. Este trabalho apresenta o desenvolvimento da CG.lab, uma plataforma web interativa que atua como um Laboratório Virtual de Aprendizagem (LVA), com foco no ensino de álgebra linear aplicada à computação gráfica. A plataforma oferece exercícios interativos com visualizações 2D e 3D, permitindo a manipulação direta de pontos, vetores e matrizes, além de incorporar elementos iniciais de gamificação, como missões diárias, sequência de uso e feedback imediato, visando aumentar o engajamento dos estudantes. A metodologia adotada incluiu o levantamento de requisitos por meio de *brainstorming*, seguido pelo desenvolvimento do sistema e aplicação de um estudo de caso com estudantes da disciplina de Computação Gráfica. Trata-se de uma pesquisa aplicada com abordagem mista, de caráter exploratório. A avaliação foi realizada por meio de um formulário, cujos resultados indicaram percepções positivas quanto à usabilidade, interatividade e contribuição para a compreensão dos conteúdos, além de coletar sugestões valiosas de melhorias para a plataforma. Como trabalhos futuros, propõe-se a implementação dessas sugestões, a ampliação dos elementos de gamificação e a realização de novos estudos com turmas de Álgebra Linear e Computação Gráfica.

**Palavras-chave:** computação gráfica; software educacional; álgebra linear; ferramenta interativa.

## ABSTRACT

Linear Algebra is a fundamental component in various fields of computing, especially in Computer Graphics, where concepts such as vectors, matrices, and geometric transformations are widely used. However, teaching this subject presents challenges due to its abstract nature and the difficulty students face in visualizing practical applications. This work presents the development of CG.lab, an interactive web platform that functions as a Virtual Learning Laboratory (VLL), focused on teaching Linear Algebra applied to Computer Graphics. The platform offers interactive exercises with 2D and 3D visualizations, allowing direct manipulation of points, vectors, and matrices. It also incorporates initial gamification elements, such as daily missions, usage streaks, and immediate feedback, aiming to enhance student engagement. The methodology included requirement gathering through brainstorming, followed by system development and the application of a case study with students from a Computer Graphics course. This is an applied research with a mixed-methods and exploratory approach. The evaluation was conducted through a questionnaire, whose results indicated positive perceptions regarding usability, interactivity, and the tool's contribution to content comprehension, in addition to collecting valuable suggestions for improvement. As future work, the implementation of these suggestions is proposed, along with the expansion of gamification elements and new evaluations with students from both Linear Algebra and Computer Graphics courses.

**Keywords:** computer graphics; educational software; linear algebra; interactive tool.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de um cubo e seus vértices em um espaço tridimensional . . .	18
Figura 2 – Cálculo de luz especular utilizando o modelo de Phong . . . . .	19
Figura 3 – Efeito da multiplicação escalar em um vetor $v$ . . . . .	19
Figura 4 – Escala não uniforme aplicada a um cubo . . . . .	20
Figura 5 – a) Projeção ortográfica; b) Projeção em perspectiva . . . . .	21
Figura 6 – Captura de tela de um experimento do Laboratório Virtual de Matemática da Unijuí . . . . .	26
Figura 7 – Tela de entrada do VisEdu-CG . . . . .	28
Figura 8 – Captura de tela da Demonstração de um usuário utilizando o RePiX VR . . .	29
Figura 9 – Captura da Tela inicial do LAVIMAT com os recursos disponibilizados . . .	30
Figura 10 – Representação de vetores no GeoGebra . . . . .	31
Figura 11 – Fluxograma das etapas do trabalho . . . . .	33
Figura 12 – Diagrama de Casos de Uso do sistema . . . . .	39
Figura 13 – Diagrama de Atividades do fluxo de resolução de exercício . . . . .	40
Figura 14 – Tela inicial como usuário não autenticado . . . . .	45
Figura 15 – Tela de listagem de exercícios sobre Pontos 2D . . . . .	45
Figura 16 – Tela do primeiro exercício de pontos . . . . .	46
Figura 17 – Tela de um dos exercícios de vetores . . . . .	46
Figura 18 – Tela do primeiro exercício de matriz de translação . . . . .	47
Figura 19 – Tela de um dos exercícios interativos de matriz de escala . . . . .	47
Figura 20 – Primeiro exercício sobre ordenação de matrizes . . . . .	48
Figura 21 – Tela de um dos exercícios em 3D . . . . .	48
Figura 22 – Resultados sobre a usabilidade da plataforma . . . . .	49
Figura 23 – Resultados sobre critérios pedagógicos da plataforma . . . . .	50
Figura 24 – Rede de códigos para os Pontos positivos . . . . .	51
Figura 25 – Rede de códigos para as Sugestões de melhorias . . . . .	52

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Elementos de gamificação . . . . .	23
Quadro 2 – Comparação dos trabalhos . . . . .	32
Quadro 3 – Requisitos funcionais do sistema . . . . .	38
Quadro 4 – Afirmções avaliadas na escala Likert para critérios de usabilidade . . . . .	42
Quadro 5 – Afirmções avaliadas na escala Likert para critérios pedagógicos . . . . .	43
Quadro 6 – Questões abertas do formulário . . . . .	43
Quadro 7 – Trechos originadores de códigos de Pontos positivos . . . . .	51
Quadro 8 – Trechos categorizados como dificuldades encontradas . . . . .	53

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>BaaS</i>	<i>Backend-as-a-Service</i>
<i>MVP</i>	Mínimo Produto Viável
<i>AVA</i>	Ambiente Virtual de Aprendizagem
<i>CG</i>	Computação Gráfica
<i>LVA</i>	Laboratório Virtual de Aprendizagem
<i>SE</i>	Softwares Educacionais
<i>VR</i>	Realidade Virtual

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo geral</b>	<b>15</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos específicos</b>	<b>15</b>
<b>1.3</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>Álgebra Linear aplicada à Computação Gráfica</b>	<b>17</b>
<i>2.1.1</i>	<i>Pontos, vetores e escalares</i>	<i>17</i>
<i>2.1.2</i>	<i>Matrizes</i>	<i>19</i>
<b>2.2</b>	<b>Metodologias Ativas de Aprendizagem</b>	<b>21</b>
<i>2.2.1</i>	<i>Gamificação no Ensino</i>	<i>22</i>
<b>2.3</b>	<b>Softwares educacionais</b>	<b>23</b>
<i>2.3.1</i>	<i>Ambiente Virtual de Aprendizagem</i>	<i>24</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Laboratório Virtual de Aprendizagem</i>	<i>25</i>
<b>3</b>	<b>TRABALHOS RELACIONADOS</b>	<b>27</b>
<b>3.1</b>	<b>VisEdu-CG</b>	<b>27</b>
<b>3.2</b>	<b>Edugraph</b>	<b>28</b>
<b>3.3</b>	<b>RePiX VR</b>	<b>29</b>
<b>3.4</b>	<b>LAVIMAT</b>	<b>30</b>
<b>3.5</b>	<b>GeoGebra</b>	<b>31</b>
<b>3.6</b>	<b>Resumo comparativo dos trabalhos</b>	<b>32</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>33</b>
<b>4.1</b>	<b>Estruturação do conteúdo e estratégias de ensino</b>	<b>33</b>
<i>4.1.1</i>	<i>Desafios em cenários interativos</i>	<i>34</i>
<i>4.1.2</i>	<i>Completar espaço vazio</i>	<i>34</i>
<i>4.1.3</i>	<i>Reordenar operações</i>	<i>35</i>
<i>4.1.4</i>	<i>Manipulação de parâmetros</i>	<i>36</i>
<b>4.2</b>	<b>Arquitetura e implementação da plataforma</b>	<b>36</b>
<i>4.2.1</i>	<i>Definição de Requisitos</i>	<i>36</i>
<i>4.2.2</i>	<i>Modelagem</i>	<i>38</i>
<i>4.2.3</i>	<i>Ferramentas e Tecnologias</i>	<i>40</i>

<b>4.3</b>	<b>Validação e avaliação da plataforma</b>	<b>41</b>
<b>4.3.1</b>	<i>Coleta e análise dos dados</i>	<b>42</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>44</b>
<b>5.1</b>	<b>Resultados do Desenvolvimento</b>	<b>44</b>
<b>5.2</b>	<b>Resultados do Estudo de Caso</b>	<b>49</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>55</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>57</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>60</b>
	<b>APÊNDICE A</b> – Detalhamento dos Casos de Uso	<b>60</b>
	<b>APÊNDICE B</b> – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	<b>63</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A Computação Gráfica (CG) desempenha um papel cada vez mais relevante em diferentes setores, especialmente na engenharia, ao permitir a criação de modelos tridimensionais que facilitam a visualização, simulação e análise de projetos complexos (Kizi, 2025). No entretenimento, por exemplo, videogames utilizam modelos 3D e algoritmos avançados para criar experiências imersivas, enquanto a indústria cinematográfica emprega técnicas sofisticadas para compor cenários, desenvolver efeitos visuais e criar personagens realistas (Shirley; Marschner, 2016). Além disso, filmes animados exploram essas tecnologias para expandir possibilidades criativas, abrindo novos horizontes para narrativas visuais.

Os impactos da computação gráfica, no entanto, vão além do entretenimento. Conforme destacado por Hughes *et al.* (2013), suas aplicações se estendem também às áreas de ciência, engenharia e medicina. Tecnologias interativas, como a Realidade Virtual (VR), oferecem novas oportunidades para avanços significativos, permitindo aplicações inovadoras que ampliam os limites do conhecimento e da evolução tecnológica e social.

No contexto acadêmico, a computação gráfica depende fortemente de conceitos matemáticos, sendo a álgebra linear um dos pilares fundamentais para a área, reforçado pela abordagem de autores de livros didáticos de CG como Shirley e Marschner (2016), Hughes *et al.* (2013) e Lengyel (2012). No entanto, seu ensino apresenta desafios tanto para professores quanto para alunos, especialmente à abstração envolvida. Moro *et al.* (2016) apontam que a principal dificuldade no ensino de álgebra linear é a complexidade dos conceitos teóricos e formais, como espaços vetoriais, tornando o aprendizado desafiador. Além disso, os autores também afirmam que os alunos frequentemente relatam dificuldades em visualizar aplicações práticas desses conceitos, o que reduz sua motivação e engajamento com a disciplina.

Essa problemática é reforçada por Singh *et al.* (2021), que analisaram as principais dificuldades enfrentadas por estudantes de álgebra linear e destacaram que a falta de visualização e aplicação prática de conceitos como espaços vetoriais, autovalores e autovetores, representam um grande obstáculo no aprendizado. Ao comparar vinte softwares educacionais voltados para o ensino da disciplina, os autores identificaram que a maioria dos softwares não contempla funcionalidades importantes, como a visualização de matrizes e exercícios práticos.

Esses desafios também são destacados por Suselo *et al.* (2017), que, por meio de uma revisão sistemática, identificaram quatro grandes barreiras no ensino de Computação Gráfica: a falta de base sólida em matemática e programação, as dificuldades no entendimento

de transformações e modelagem 3D, a dificuldade de fazer conexões entre teoria e prática, e o comportamento passivo de muitos estudantes durante as aulas.

Considerando que a abstração matemática e a falta de visualização prática constituem um entrave significativo no ensino de Computação Gráfica, emerge o questionamento que norteia este estudo. Seria uma aplicação web interativa, no formato de um Laboratório Virtual de Aprendizagem (LVA), uma ferramenta eficaz para promover a compreensão de conceitos fundamentais de álgebra linear (como pontos, vetores e matrizes) e incentivar uma aprendizagem mais ativa? Para explorar essa possibilidade, os objetivos geral e específicos do trabalho são apresentados a seguir.

### **1.1 Objetivo geral**

Desenvolver e avaliar uma aplicação web interativa voltada ao ensino de álgebra linear aplicada à computação gráfica, com foco na visualização prática de conceitos e no estímulo à aprendizagem por meio de recursos interativos.

### **1.2 Objetivos específicos**

De modo a alcançar o objetivo geral do trabalho, são delimitados os seguintes objetivos específicos:

- Projetar e implementar uma plataforma web interativa, incorporando elementos como visualização 2D/3D, *feedback* em tempo real de erros e acertos, manipulação de elementos de álgebra linear como pontos, vetores e formas geométricas.
- Aplicar e analisar um estudo de caso com estudantes da disciplina de Computação Gráfica, utilizando métodos qualitativos e quantitativos para avaliar a usabilidade e os aspectos pedagógicos da plataforma.
- Identificar percepções, limitações e sugestões de melhoria a partir da experiência dos usuários, com vistas à evolução contínua da ferramenta.

### **1.3 Organização do trabalho**

Este trabalho está organizado em seis seções. A Seção 1 apresenta a introdução ao tema, destacando a importância da Computação Gráfica, os desafios no ensino de álgebra linear, a justificativa e os objetivos do estudo. Na Seção 2, são abordados os conceitos matemáticos

e computacionais essenciais, além de metodologias de ensino relevantes. A Seção 3 revisa trabalhos relacionados, analisando abordagens existentes e comparando-as com a proposta deste estudo. Na Seção 4, são detalhadas as etapas para a realização deste trabalho, desde o planejamento da plataforma até a definição da metodologia de avaliação e análise dos dados coletados. A Seção 5 apresenta os resultados obtidos no desenvolvimento e no estudo de caso. Por fim, a Seção 6 conclui o trabalho e propõe trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção apresenta os conceitos teóricos fundamentais que embasam o desenvolvimento da plataforma proposta neste trabalho. Inicialmente, são abordados os princípios da Computação Gráfica e sua estreita relação com a Álgebra Linear, destacando a importância de conceitos como vetores, matrizes e transformações geométricas. Em seguida, discute-se o papel das tecnologias educacionais no processo de ensino-aprendizagem, com foco em metodologias ativas, gamificação e o uso de Laboratórios Virtuais de Aprendizagem (LVA) como ferramentas que promovem maior interatividade, visualização e engajamento dos estudantes. Essa fundamentação fornece o suporte necessário para compreender as decisões metodológicas e técnicas adotadas no projeto.

### 2.1 Álgebra Linear aplicada à Computação Gráfica

Autores como Shirley e Marschner (2016) destacam que as matrizes que transformam pontos e vetores são talvez as ferramentas mais universais nos programas de computação gráfica, sendo amplamente utilizadas para operações como rotação, translação e escala. Esses autores reforçam que a álgebra linear constitui a base matemática para representar e manipular objetos em ambientes gráficos em duas e três dimensões. Para compreender essa base, é fundamental começar pelos seus elementos mais essenciais: pontos, vetores e escalares.

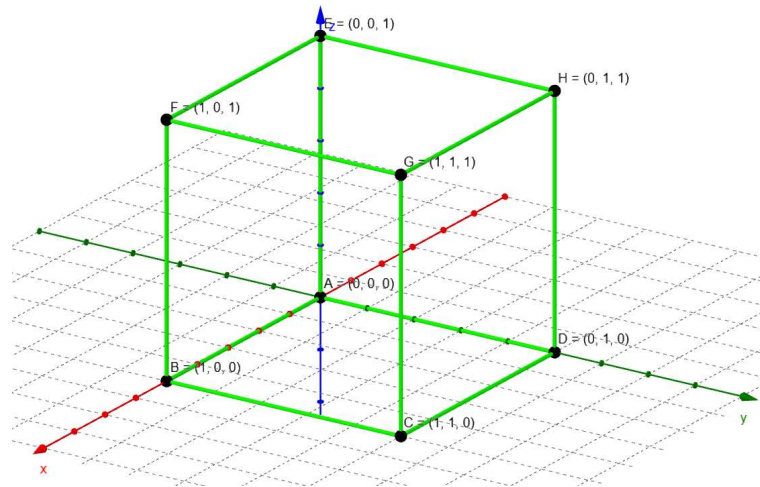
#### 2.1.1 Pontos, vetores e escalares

Na geometria, um ponto é uma entidade fundamental, sem dimensão, que representa uma posição em um espaço geométrico (Hughes *et al.*, 2013). Na computação gráfica, os pontos são utilizados para descrever os vértices de um objeto no cenário, como mostrado na Figura 1, onde o cubo possui os vértices (pontos) A, B, C, D, E, F, G e H.

Já os vetores, por exemplo, representam tanto a posição de um ponto no espaço quanto a direção e magnitude de uma determinada ação (Lengyel, 2012), sendo amplamente utilizados para definir deslocamentos, direções de luz e normais de superfície. Como explicam Hughes *et al.* (2013), operações envolvendo vetores, como o cálculo do comprimento, produto escalar e produto vetorial, formam uma base matemática essencial de técnicas empregadas em computação gráfica.

Autores como Shirley e Marschner (2016) destacam que os vetores desempenham

Figura 1 – Representação de um cubo e seus vértices em um espaço tridimensional



Fonte: Elaborado pelo autor.

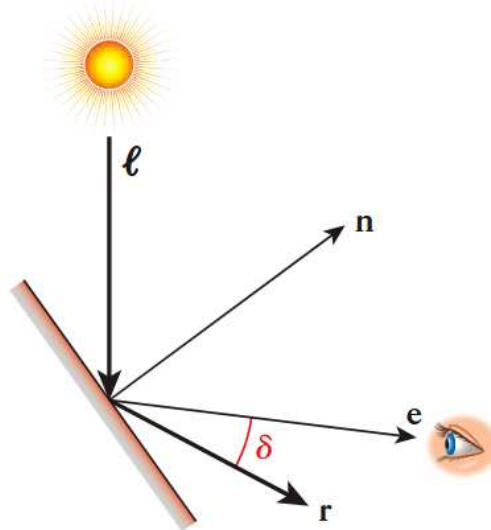
um papel essencial em diversas operações da computação gráfica, especialmente no cálculo de iluminação e sombreado. Nessas situações, eles são utilizados para modelar a interação entre luz, superfícies e observadores.

Segundo Hughes *et al.* (2013), modelos clássicos de iluminação, como os de Phong e Blinn-Phong, dependem de vetores fundamentais, como o vetor normal à superfície, o vetor de luz incidente e o vetor de reflexão. Esses elementos são utilizados para estimar a intensidade da luz refletida na direção do observador. As operações envolvidas incluem o uso de produto escalar e normalização de vetores, influenciando diretamente na aparência visual de superfícies sob diferentes condições de iluminação.

A Figura 2 ilustra a reflexão especular no modelo de Phong, evidenciando como os vetores envolvidos contribuem para a formação do brilho refletido em direção ao observador. Na imagem, o vetor  $\mathbf{n}$  representa a normal da superfície, perpendicular ao ponto de contato. O vetor  $\mathbf{r}$  indica a direção da reflexão da luz, calculada com base na igualdade entre os ângulos de incidência e de reflexão. Já o vetor  $\mathbf{e}$  aponta do ponto da superfície em direção ao observador (ou câmera). O ângulo  $\delta$ , formado entre os vetores  $\mathbf{e}$  e  $\mathbf{e}$ , é utilizado no cálculo da intensidade especular refletida. O brilho especular é mais intenso quando o observador está alinhado com o vetor de reflexão e decresce conforme o ângulo  $\delta$  aumenta, o que torna esse modelo fortemente dependente da posição do observador.

Nas aplicações de computação gráfica, é comum o uso de escalares para modificar a magnitude e a direção de vetores, especialmente no deslocamento de objetos (Shirley, 2016). De acordo com Anton (2012), um escalar é uma quantidade física representada apenas por um valor numérico, sem associação a direção. A Figura 3 ilustra a relação entre um vetor  $\mathbf{v}$  e seus

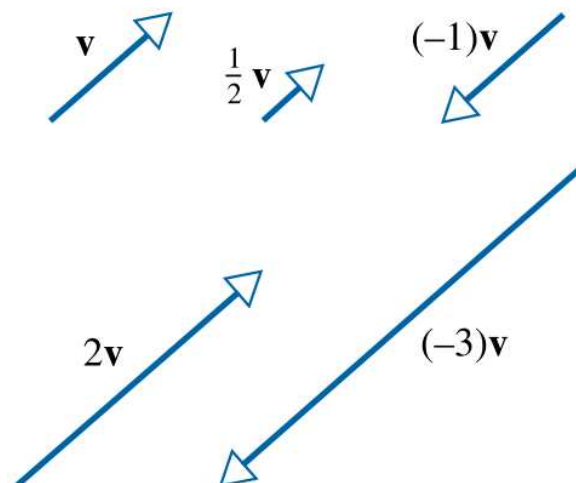
Figura 2 – Cálculo de luz especular utilizando o modelo de Phong



Fonte: Hughes *et al.* (2013, p. 137).

múltiplos escalares, evidenciando como a multiplicação por diferentes valores pode ampliar, reduzir ou inverter a orientação do vetor.

Figura 3 – Efeito da multiplicação escalar em um vetor  $v$



Fonte: Anton (2012, p. 121).

### 2.1.2 Matrizes

Uma das ferramentas mais importantes de programas gráficos são as matrizes, utilizadas para transformar pontos e vetores (Shirley; Marschner, 2016). As matrizes permitem a aplicação de transformações geométricas como escala, rotação e translação em objetos 2D e 3D, e possibilitam a simplificação dessas transformações por meio da multiplicação de matrizes,

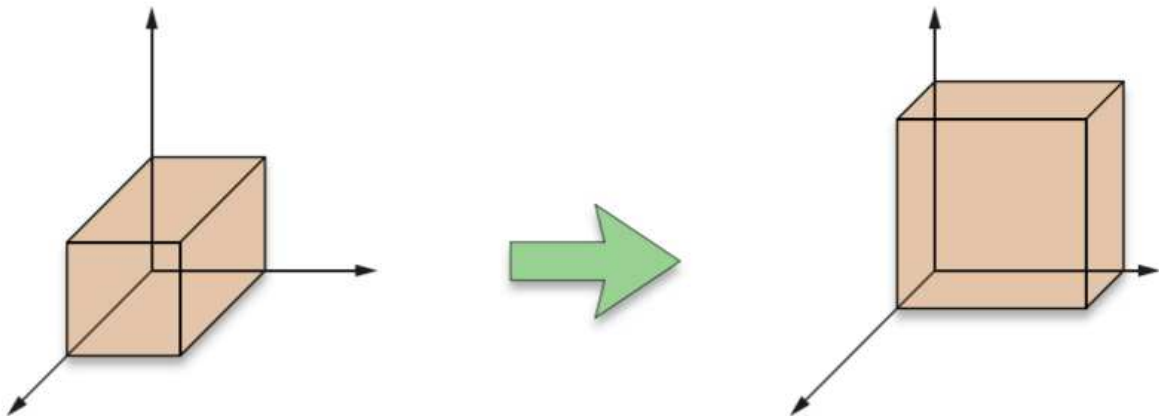
permitindo agrupar múltiplas transformações em uma única matriz composta (Dunn; Perberry, 2011). Essa técnica de composição de transformações é altamente eficiente, pois possibilita realizar todas as operações de uma só vez, reduzindo a quantidade de cálculos e otimizações necessárias para manipular objetos complexos.

Por exemplo, para aplicar uma escala a um ponto  $P$  por fatores  $s_x$ ,  $s_y$  e  $s_z$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, realiza-se o produto da matriz de escala  $S$  pelo vetor homogêneo correspondente ao ponto  $P$ . O resultado é o ponto  $P'$ , que representa  $P$  escalado conforme os fatores especificados. Isso é representado matematicamente da seguinte forma:

$$P' = S \cdot P = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \cdot x \\ s_y \cdot y \\ s_z \cdot z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Na Figura 4, é possível observar o efeito da aplicação de uma matriz de escala a um cubo, demonstrando uma escala não uniforme. Nesse exemplo, os fatores de escala variam entre os eixos, resultando em alterações distintas nas dimensões do objeto

Figura 4 – Escala não uniforme aplicada a um cubo

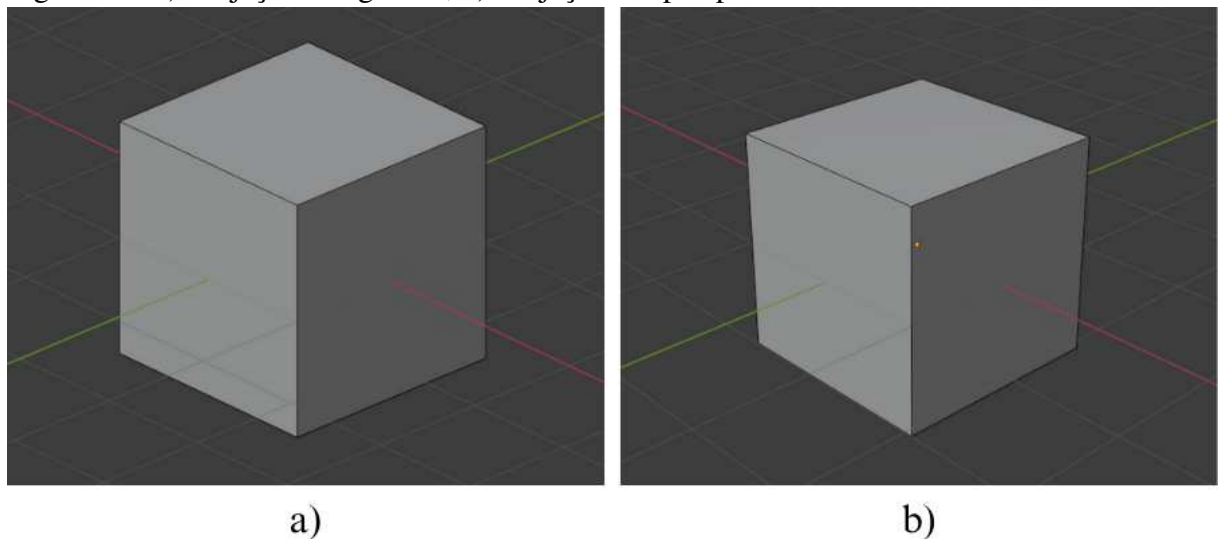


Fonte: Lengyel (2012, p. 71).

Além de aplicar transformações em objetos, as matrizes também desempenham um papel fundamental na definição de projeções ortográficas e em perspectiva, que são técnicas essenciais para a renderização de cenas tridimensionais em superfícies bidimensionais (Lengyel, 2012). Segundo Hughes *et al.* (2013), as projeções em perspectiva são mais familiares ao olhar humano, pois simulam a maneira como percebemos a profundidade, com linhas de projeção que convergem para um ponto de vista específico.

Em contraste, as projeções ortográficas utilizam linhas paralelas que incidem ortogonalmente sobre o plano da imagem, o que elimina a percepção visual de profundidade e as torna inadequadas para representar o realismo visual do mundo físico (Hughes *et al.*, 2013). Por essa razão, esse tipo de projeção não corresponde ao funcionamento de câmeras reais, sendo mais apropriado para representações técnicas, como desenhos mecânicos, em que a preservação exata das proporções é priorizada. A Figura 5 ilustra a diferença entre essas duas formas de projeção.

Figura 5 – a) Projeção ortográfica; b) Projeção em perspectiva



Fonte: Elaborada pelo autor.

A aplicação de matrizes em transformações e projeções, como visto, é um pilar da computação gráfica. Contudo, a natureza abstrata desses conceitos matemáticos pode tornar o processo de aprendizagem desafiador. Uma possibilidade para melhorar o aprendizado de álgebra linear aplicada à computação gráfica é por meio da utilização de metodologias ativas de aprendizagem, que são detalhadas a seguir.

## 2.2 Metodologias Ativas de Aprendizagem

As metodologias ativas de aprendizagem são reconhecidas como abordagens centradas no estudante que promovem sua participação efetiva no processo educacional (Guarizzo *et al.*, 2024). Ao incentivar a participação ativa dos alunos, essas metodologias incluem abordagens como o ensino por meio de projetos e a resolução de problemas, que promovem um aprendizado mais significativo e colaborativo (Barbosa; Moura, 2013).

Para Bonwell e Eison (1991), o aprendizado ativo ocorre quando os estudantes

estão envolvidos em atividades que vão além da escuta passiva, como ler, escrever, discutir e resolver problemas. Para estarem envolvidos ativamente, os estudantes devem aderir tarefas que envolvam análise, síntese e avaliação. Assim, recomenda-se o uso de estratégias que façam os alunos participarem ativamente, realizando ações e refletindo sobre suas práticas de aprendizado.

Conforme a revisão bibliográfica conduzida por Silva *et al.* (2022), as metodologias ativas demonstram grande potencial para promover práticas de ensino alinhadas com as demandas educacionais do século XXI. Os resultados de Silva *et al.* (2022) apontam que, ao serem aplicadas em diversos níveis de ensino, essas metodologias incentivam o protagonismo dos estudantes, tornando-os agentes ativos na construção de seu próprio conhecimento. Dessa forma, evidencia-se a importância das metodologias ativas como ferramentas essenciais para o desenvolvimento autônomo e crítico dos estudantes.

### **2.2.1 Gamificação no Ensino**

Diversas metodologias ativas de aprendizagem vêm sendo estudadas com o objetivo de aumentar a motivação e o engajamento dos estudantes no aprendizado de diferentes assuntos. Entre essas metodologias está a gamificação (do inglês *gamification*). Zichermann e Cunningham (2011) e Deterding *et al.* (2011) definem gamificação como um processo de pensamento que utiliza mecânicas de jogos para envolver os usuários e solucionar problemas em contextos não-lúdicos.

Segundo Kiryakova *et al.* (2014), jogos possuem características que desempenham um papel central nesse processo. Esses elementos incluem os próprios usuários, que podem ser estudantes, funcionários ou clientes, dependendo do contexto. A eles são propostos desafios e tarefas específicas, que permitem a progressão em direção a objetivos claramente definidos.

Nesse contexto, Hong *et al.* (2024) identificaram 23 elementos de gamificação amplamente discutidos na literatura. Entre eles, destacam-se: recompensas, progresso, *feedback*, desafios e liberdade para errar. O Quadro 1 apresenta a definição desses elementos segundo os autores.

Além dos elementos identificados por Hong *et al.* (2024), outro componente recorrente em plataformas gamificadas é o conceito de sequência de vitórias, utilizado, por exemplo, no Duolingo (2012) como forma de estimular a consistência nos estudos. Segundo Huynh e Iida (2017), esse elemento torna-se progressivamente mais valioso à medida que a sequência diária aumenta, o que leva os usuários a evitarem interrompê-la, dado o esforço já investido.

Quadro 1 – Elementos de gamificação

<b>Elemento</b>	<b>Definição</b>
Recompensa	Qualquer tipo de incentivo dado ao estudante em resposta às suas ações, com o objetivo de motivá-lo a continuar progredindo.
Progresso	Representação do crescimento e das melhorias do estudante ao longo da experiência gamificada.
<i>Feedback</i>	Retorno imediato sobre o desempenho do estudante, permitindo reconhecer acertos e corrigir erros.
Desafio	Situações que exigem esforço e superação, incentivando o estudante a se engajar para alcançar objetivos de aprendizagem.
Liberdade para errar	Ambiente de baixo risco, que encoraja a experimentação sem penalizações severas, favorecendo o aprendizado por tentativa e erro.

Fonte: Adaptado de Hong *et al.* (2024).

Assim, a manutenção da sequência funciona como um incentivo adicional para o uso contínuo da plataforma, promovendo regularidade no aprendizado e aumentando a motivação intrínseca por meio da percepção de progresso.

A gamificação, portanto, oferece um conjunto de estratégias e elementos capazes de aumentar a motivação e o engajamento dos estudantes. Para que essas estratégias se materializem em experiências de aprendizado interativas e eficazes, elas são frequentemente implementadas por meio de plataformas digitais. Nesse contexto, os softwares educacionais surgem como o principal veículo para aplicar não apenas a gamificação, mas diversas outras abordagens pedagógicas, como será detalhado a seguir.

### 2.3 Softwares educacionais

Tchounikine (2011) faz uma distinção importante entre dois tipos de softwares utilizados em contextos educacionais. Por um lado, existem os softwares básicos, que são ferramentas de uso geral, como planilhas ou *chats*, e que, embora possam ser aplicados em situações de ensino, não foram originalmente projetados com intuito pedagógico. Por outro lado, há os Softwares Educacionais (SE) que são desenvolvidos especificamente para facilitar o ensino e a aprendizagem. Esses softwares incorporam diretamente considerações pedagógicas em seu design, sendo intencionalmente elaborados para atender a necessidades educacionais e alinhar suas funcionalidades aos resultados de aprendizado desejados.

Softwares educacionais podem ser classificados em modalidades, que permitem identificar qual ou quais metodologias o software educacional aplica em seu design. Dessa forma, Andres e Cybis (2000) categorizam softwares educacionais nas seguintes modalidades:

- Exercício e prática: é tradicionalmente utilizada para auxiliar o aluno na aquisição de uma habilidade ou conteúdo já conhecido, sendo uma das formas mais rápidas

de se desenvolver um software educacional.

- Tutorial: podem introduzir novos conceitos e habilidades, o que promove a construção de princípios e generalizações, com o objetivo de facilitar o entendimento de conteúdos complexos de forma estruturada e progressiva.
- Simulação e modelagem: oferece uma representação simbólica ou modelada de objetos reais, sistemas ou eventos, permitindo que o aluno interaja com um ambiente virtual similar ao real, ideal para áreas do conhecimento como física e biologia.
- Jogos: promovem atividades recreativas que engajam o aluno e estimulam o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais.
- Hipertexto / Hiperímídia: proporcionam uma forma não linear de recuperação e apresentação de informações, permitindo ao usuário navegar entre conteúdos multimídia de maneira interativa.
- Tutores inteligentes: utilizam inteligência artificial para aumentar a flexibilidade e interatividade no aprendizado, especialmente em disciplinas como matemática, programação e medicina.
- Hiperdocumento no ambiente de redes: utilizam a internet, permitindo que o usuário possa buscar e recuperar informações de qualquer lugar do mundo.

Segundo Tchounikine (2011), um software educacional pode envolver a utilização de diversas modalidades ao mesmo tempo. Dessa forma, é possível que o ambiente de aprendizagem incorpore variados suportes pedagógicos, que podem incluir tanto elementos de tutoriais quanto de simulações, colaborando para uma experiência de aprendizado mais rica e adaptativa. Em vez de seguir uma classificação rígida, o autor sugere que o design de sistemas educacionais deve considerar os objetivos específicos de cada projeto, o que torna viável a criação de ambientes que favoreçam a adaptação e a individualização no processo de ensino-aprendizagem. Dessa forma, a integração de múltiplas metodologias não apenas enriquece a experiência educacional, como também promove um ensino mais dinâmico e alinhado às necessidades contemporâneas (Tchounikine, 2011).

### ***2.3.1 Ambiente Virtual de Aprendizagem***

Os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) pode ser definido como um ambiente de comunicação síncrona e assíncrona que possibilita a aprendizagem por meio da interação

entre alunos, professores e tutores, através de recursos disponibilizados em um ambiente virtual (Meyer, 2022). Para o autor, os AVAs são essenciais para apoiar atividades em modalidades semipresenciais e presenciais, mas desempenham papel ainda mais crucial na Educação a Distância, onde servem como o principal meio de mediação no processo de ensino-aprendizagem, promovendo um espaço colaborativo e acessível para o desenvolvimento educacional.

Conforme Schmitt e Tarouco (2008), os AVAs funcionam como um repositório utilizado por professores para disponibilizar materiais didáticos e facilitar a comunicação entre os participantes do processo educacional. Exemplos amplamente utilizados incluem plataformas como Moodle, Sakai, Blackboard e WebCT. No entanto, conforme aponta Kemp e Livingstone (2006), embora essas ferramentas ofereçam recursos que vão além do simples compartilhamento de documentos, incluindo fóruns de discussão, *chats on-line* e exercícios interativos, na prática, seu uso muitas vezes se restringe a um repositório de materiais estáticos, limitando seu potencial para estimular uma aprendizagem mais interativa e colaborativa.

Embora os AVAs sejam fundamentais para a gestão e organização de cursos, seu uso frequentemente se limita a um papel de repositório de materiais, com interatividade restrita. Para suprir a lacuna da experimentação prática e da visualização de conceitos abstratos, surge outra categoria de software educacional: os Laboratórios Virtuais de Aprendizagem (LVAs).

### **2.3.2 Laboratório Virtual de Aprendizagem**

Nos LVAs, os alunos interagem com representações virtuais que reproduzem o ambiente de um laboratório real. Nestas aplicações, as interações são totalmente baseadas em simulações, utilizando representações computacionais da realidade (Amaral *et al.*, 2011).

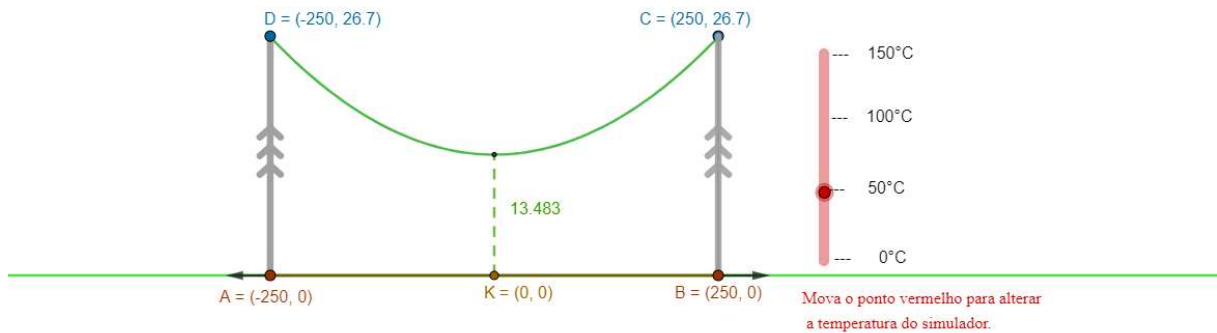
Um exemplo de LVA é o Laboratório Virtual de Matemática pertencente à Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (Unijuí). Esse laboratório, descrito por Amaral *et al.* (2011), oferece uma ampla variedade de atividades voltadas para a educação básica, ensino fundamental e médio. Entre os recursos disponíveis, destacam-se experimentos que permitem aos alunos alterar parâmetros e manipular objetos em diferentes cenários, abordando temas como geometria, álgebra, trigonometria e outras áreas da matemática. A Figura 6 mostra um exemplo de experimento disponibilizado no Laboratório Virtual de Matemática da Unijuí.

LVAs e AVAs apresentam características complementares, mas distintas em seus propósitos e funcionalidades. Enquanto AVAs, como o Moodle e o Google Classroom, são

Figura 6 – Captura de tela de um experimento do Laboratório Virtual de Matemática da Unijuí

Simulador da dilatação linear em função da temperatura dos cabos de alumínio, modelo CAA 795 MCM, com coeficiente de dilatação de  $21,2 \times 10^{-6}$  para transmissão de 230kv.

Se a temperatura do cabo de é  $50^{\circ}\text{C}$  o seu comprimento deste, em metros é 500.932  
a distância até o chão, em metros é 13.483



Fonte: Laboratório Virtual de Matemática (Unijuí, 2000)

sistemas abrangentes voltados para gestão de cursos e interação entre alunos e professores, os LVAs, como simuladores de física, oferecem ambientes específicos para experimentação e manipulação de variáveis. Os AVAs priorizam funcionalidades que suportam comunicação e organização de atividades, enquanto os LVAs focam na interatividade prática, permitindo a realização de simulações e experimentos. Assim, a integração entre essas ferramentas pode potencializar o processo de ensino-aprendizagem, unindo aspectos teóricos e práticos em um único ecossistema educacional.

### 3 TRABALHOS RELACIONADOS

Esta seção apresenta uma revisão de trabalhos existentes com temáticas correlatas ao desenvolvimento de plataformas interativas e à aplicação de metodologias ativas de aprendizagem no ensino de conceitos matemáticos e de computação gráfica.

A seleção dos trabalhos foi realizada por meio de uma busca exploratória no Google Acadêmico e no Portal de Periódicos da CAPES, sem delimitar um recorte temporal de publicação. Utilizou-se termos em português e inglês, como *software educacional para computação gráfica*, *ambientes interativos para álgebra linear*, *ferramentas digitais para ensino de matemática*, *educational software for computer graphics*, entre outros.

Foram considerados apenas os estudos que apresentavam o desenvolvimento efetivo de aplicações educacionais com foco em interatividade, visualização de conceitos matemáticos e uso de tecnologias para promover o aprendizado ativo.

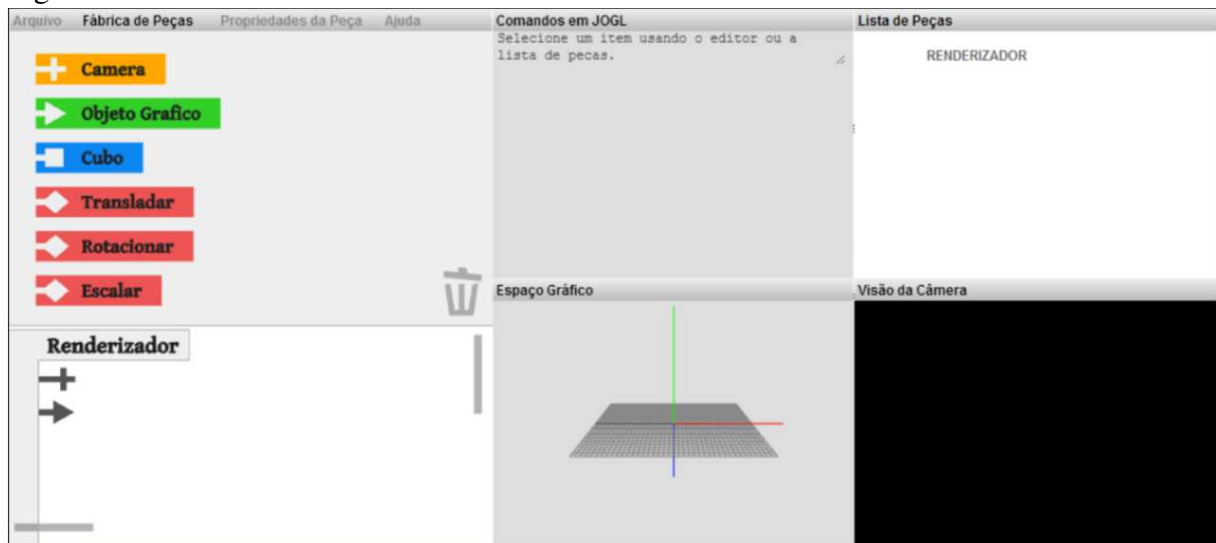
#### 3.1 VisEdu-CG

Desenvolvido por Montibeler (2014), o VisEdu-CG é uma aplicação web voltada ao aprendizado de computação gráfica com foco nos conceitos de câmera, grafo de cena e transformações geométricas. A aplicação consiste de um jogo de encaixe de formas geométricas, onde é possível interagir através de peças que se encaixam coerentemente. Essas peças trabalham com conceitos específicos de computação gráfica: câmera, transformações geométricas, grafo de cena e objeto gráfico. Conforme as peças são encaixadas, é possível visualizar o resultado gráfico obtido pelos encaixes em um espaço 3D e além disso, é possível visualizar o código em Java necessário para reproduzir o conceito representado nos encaixes das peças.

A Figura 7 mostra a tela de entrada da aplicação, sendo possível visualizar seus componentes de interação. Conforme a descrição do autor e as telas apresentadas, é possível classificar o VisEdu-CG na categoria de software educacional de simulação e modelagem, segundo a categorização feita por Andres e Cybis (2000), mencionado na Seção 2.3.

Diferente do VisEdu-CG, que prioriza a aplicação direta dos conceitos de computação gráfica, o CG.lab visa aprofundar a compreensão matemática por trás dessas transformações, fornecendo um alicerce teórico essencial para os alunos. Além disso, a estrutura do VisEdu-CG é baseada somente na interação do usuário e aprendizado por experimentação, enquanto o CG.lab apresenta os conteúdos de forma estruturada e progressiva.

Figura 7 – Tela de entrada do VisEdu-CG



Fonte: Montibeler (2014, p. 66)

### 3.2 Edugraph

O Edugraph, desenvolvido por Battaiola *et al.* (2002), consiste de um software educacional voltado para o ensino de conceitos de computação gráfica, buscando suprir lacunas na compreensão conceitual em usuários que aprendem apenas aspectos práticos das interfaces gráficas. O software tem como objetivo explorar conceitos de gráficos computacionais de forma interativa e experimental, promovendo a transição de conceitos bidimensionais (2D) para tridimensionais (3D). Além disso, visa estabelecer uma correlação entre o aprendizado empírico e formal, aproveitando o potencial lúdico no ensino de computação gráfica, com exposição de conceitos mediada por critérios cognitivos e integração de mídias.

O Edugraph apresenta um ambiente imersivo em forma de túnel tridimensional, onde o personagem principal é um robô. O cenário inclui paredes angulares, que representam os níveis do jogo, e portais associados a botões que transportam o usuário para novos ambientes. A progressão no jogo ocorre mediante a realização de tarefas, que podem incluir perguntas e respostas ou atividades práticas, como montagem e movimentação de formas e objetos. O enredo envolve a reconstrução de um robô danificado, necessário para enfrentar um inimigo poderoso, utilizando conceitos de computação gráfica.

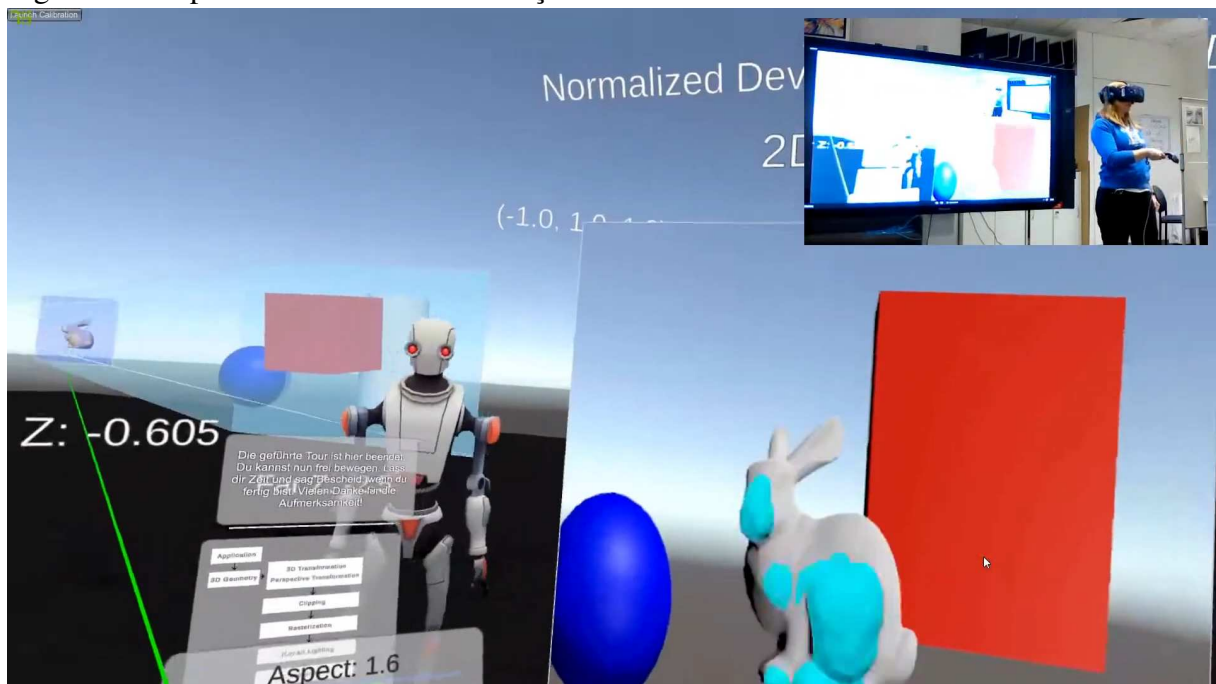
Utilizando a classificação feita por Andres e Cybis (2000), o Edugraph pode se enquadrar na categoria de software educacional do tipo jogo, visto que o software possui uma estrutura com narrativa e inimigos, apresentado de forma lúdica, que busca facilitar a compreensão do conteúdo de CG. O presente trabalho se diferencia do Edugraph ao focalizar o

conteúdo na parte matemática aplicada em CG, além de se enquadrar na categoria de “exercício e prática” e “simulação e modelagem”.

### 3.3 RePiX VR

Heinemann *et al.* (2023) apresentam o RePiX VR (**R**endering **P**ipeline e**X**perience in **VR**), uma ferramenta inovadora de VR voltada para o ensino dos conceitos básicos da *pipeline* de renderização em computação gráfica de forma eficaz e envolvente. A ferramenta conta com recursos interativos como visualizações 3D, tour guiado e feedback em tempo real, tornando o aprendizado mais envolvente. A Figura 8 ilustra uma demonstração de um usuário interagindo com o RePiX VR.

Figura 8 – Captura de tela da Demonstração de um usuário utilizando o RePiX VR



Fonte: RePiX... (2022)

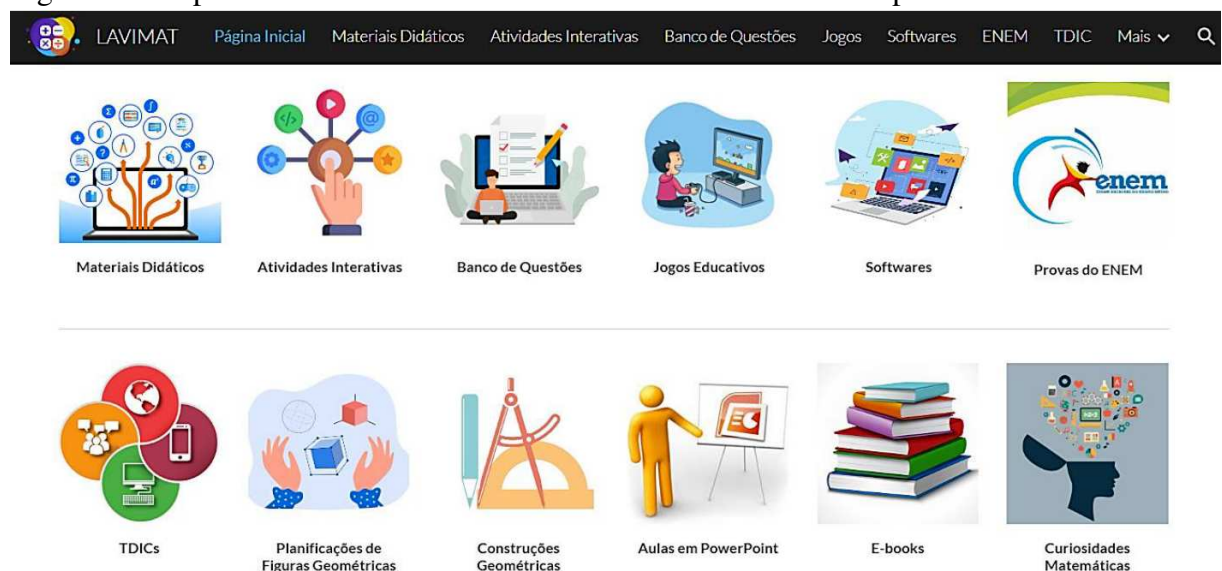
A experiência conduz os usuários por um *tour* guiado liderado por um avatar robótico, que atua como anfitrião em um ambiente virtual imersivo. Durante o tour, o avatar explica as etapas do processo de renderização, organizadas em nove passos que simplificam a compreensão da pipeline: (1) Aplicação; (2) Geometria 3D; (3) Transformação 3D; (4) Recorte (Clipping); (5) Rasterização; (6) Iluminação; (7) Texturização; (8) Teste de Visibilidade; e (9) Geração de Imagem. Essa abordagem permite ao usuário vivenciar os conceitos de forma prática e didática, reforçando o aprendizado de maneira interativa e imersiva.

Segundo a categorização feita por Andres e Cybis (2000) e avaliando a descrição apresentada pelos autores do RePiX VR, suas características permitem enquadrar o software na categoria de software educacional do tipo tutorial, visto que a estrutura de tour guiado consiste em sequências de explicações estruturadas e imersivas. Dessa forma, este presente trabalho se diferencia do RePiX VR devido ao fato de possuir uma abordagem focada em exercício e prática, além do escopo educacional do presente trabalho ser na área matemática da computação gráfica, enquanto o RePiX VR foca nos conceitos de pipeline gráfica.

### 3.4 LAVIMAT

Buscando oferecer um ambiente virtual interativo e dinâmico para apoiar o ensino-aprendizagem da matemática, Araújo (2024) desenvolveu o Laboratório Virtual de Matemática (LAVIMAT). A plataforma oferece uma ampla gama de recursos em sua página inicial, incluindo Materiais Didáticos, Atividades Interativas, Banco de Questões, Jogos Educativos, Softwares, Provas do ENEM, Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), Planificações de Figuras Geométricas, Construções Geométricas, Aulas em *PowerPoint*, E-books, Curiosidades Matemáticas, ferramentas baseadas em Inteligência Artificial (IA) e Cursos Online. A Figura 3 ilustra parte dos conteúdos disponibilizados pelo LAVIMAT.

Figura 9 – Captura da Tela inicial do LAVIMAT com os recursos disponibilizados



Fonte: Araújo (2024)

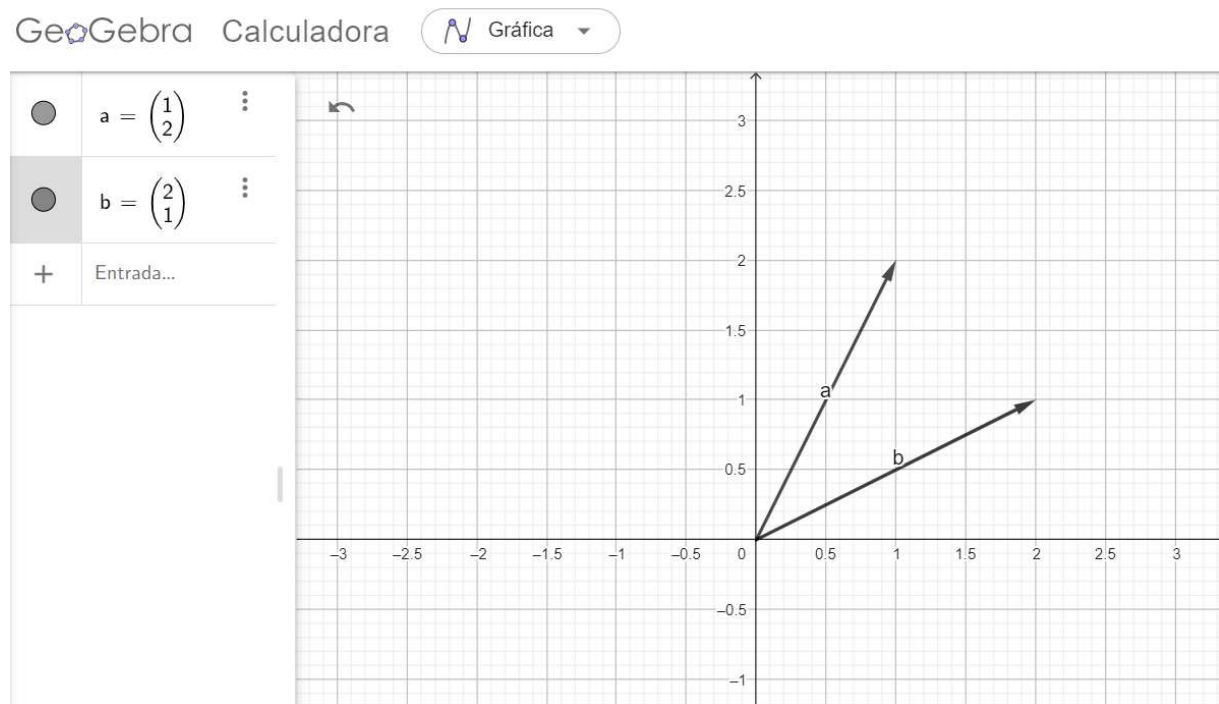
O LAVIMAT, ao integrar diferentes tipos de mídia, como vídeos, livros e ferramentas interativas, enquadra-se na categoria de software educacional de hipertexto/hipermídia, conforme

a classificação de Andres e Cybis (2000). Em contraste, o presente trabalho se diferencia ao adotar uma abordagem mais específica, baseada na resolução de exercícios e na gamificação, além de concentrar seu conteúdo em conceitos de álgebra linear aplicada à CG.

### 3.5 GeoGebra

O GeoGebra, desenvolvido por Hohenwarter e Fuchs (2004), é um software de geometria interativa que integra funcionalidades algébricas, permitindo, por exemplo, a entrada direta de equações matemáticas. Por meio do GeoGebra, é possível manipular parâmetros de equações, como a de um círculo, utilizando o mouse para ajustar o objeto geométrico ou alterando diretamente a equação, observando em tempo real as mudanças na janela de geometria. Na Figura 10 é possível visualizar uma representação de vetores utilizando o GeoGebra.

Figura 10 – Representação de vetores no GeoGebra



Fonte: Elaborada pelo autor.

Hohenwarter e Fuchs (2004) destacam que o GeoGebra promove a aprendizagem matemática por meio da experimentação, permitindo que os alunos construam conhecimento de forma autônoma. De acordo com a categorização de Andres e Cybis (2000), o software pode ser classificado como uma ferramenta educacional de simulação e modelagem, pois incentiva a descoberta por meio de interações dinâmicas e variadas.

O presente trabalho se diferencia do GeoGebra ao adotar uma abordagem estruturada

para o ensino dos conteúdos. Em vez de apenas fornecer um ambiente aberto para experimentação, a plataforma propõe uma progressão guiada, apresentando os conceitos de forma sequencial para conduzir o aluno desde os fundamentos até tópicos mais avançados. Dessa maneira, busca-se equilibrar a interatividade com uma estrutura didática que auxilie na construção gradual do conhecimento.

### 3.6 Resumo comparativo dos trabalhos

O Quadro 2 apresenta uma comparação entre os trabalhos relacionados e o presente trabalho, com base em quatro critérios principais: (1) se o trabalho incorpora elementos de gamificação, como desafios, progresso, sequência de dias; (2) se oferece controle de progresso para o usuário; (3) se possui uma estrutura sequencial de conteúdos com progressão de dificuldade; e (4) a qual modalidade de software educacional o trabalho se enquadra, conforme as categorias propostas por Andres e Cybis (2000), discutidas na Seção 2.3.

Quadro 2 – Comparação dos trabalhos

Trabalho	(1)	(2)	(3)	(4)
Montibeler (2014)		✓		Simulação e modelagem
Battaiola <i>et al.</i> (2002)		✓	✓	Jogo educativo
Heinemann <i>et al.</i> (2023)			✓	Tutorial
Araújo (2024)			✓	Hipertexto/Hipermídia
Hohenwarter e Fuchs (2004)				Simulação e modelagem
Este trabalho	✓	✓	✓	Exercício e prática, Simulação e modelagem, Tutorial

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando a comparação do Quadro 2, é possível concluir que este presente trabalho apresenta um complemento dos demais trabalhos, possuindo um diferencial de implementar aspectos de gamificação e se enquadrar em mais de uma modalidade de software educacional, dessa forma, proporcionando uma vasta gama de métodos que se adaptam a preferências distintas dos alunos.

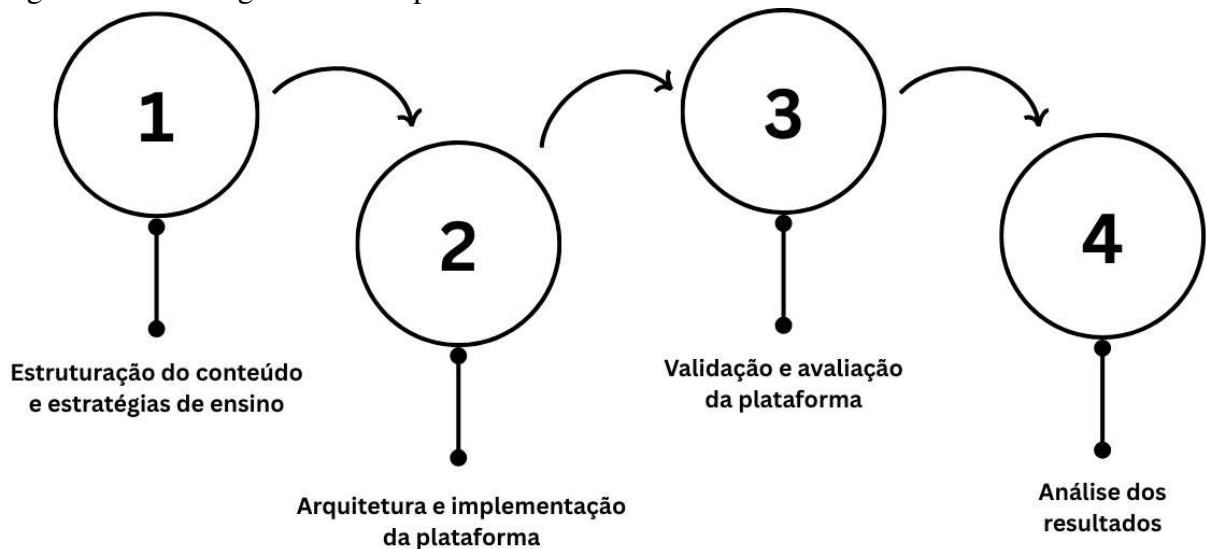
O CG.lab pode ser classificado como um software educacional que combina características de exercício e prática, simulação e modelagem e, em certa medida, tutorial. Isso se deve ao fato de a plataforma não apenas permitir a experimentação interativa (simulação e modelagem), mas também guiar os alunos através de uma estrutura didática progressiva, proporcionando um aprendizado gradual e fundamentado (tutorial), ao mesmo tempo em que os desafia com exercícios estruturados para reforçar os conceitos (exercício e prática).

## 4 METODOLOGIA

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa aplicada, que visa a resolução de um problema prático por meio do desenvolvimento de uma solução tecnológica. Quanto à abordagem, trata-se de uma pesquisa mista, combinando aspectos quantitativos e qualitativos na coleta e análise de dados. O caráter é exploratório, com o objetivo de investigar a eficácia da solução proposta em auxiliar no aprendizado de álgebra linear no contexto de computação gráfica, além de levantar possíveis melhorias para a plataforma desenvolvida.

Nesta seção, estão descritas as etapas para realização deste trabalho, demonstradas na Figura 11. As etapas consistem em: (1) Estruturação do conteúdo e estratégias de ensino; (2) Arquitetura e implementação da plataforma; (3) Validação e avaliação da plataforma; (4) Análise dos dados coletados.

Figura 11 – Fluxograma das etapas do trabalho



Fonte: Elaborado pelo autor

### 4.1 Estruturação do conteúdo e estratégias de ensino

A definição do conteúdo e das estratégias de ensino constitui uma etapa essencial para a elaboração dos exercícios que serão inicialmente apresentados na plataforma. É indispensável delimitar com clareza o escopo dos conceitos que serão abordados e definir metodologias de ensino que facilitem a compreensão e o aprendizado dos estudantes.

Os tópicos definidos abrangem pontos e vetores, com uma introdução às definições básicas desses conceitos, seguida pelo estudo de operações fundamentais, como soma de vetores,

produto escalar, cálculo de módulo de um vetor, produto vetorial e normalização, incluindo definição de direções, normais de superfícies e deslocamentos. Também serão exploradas matrizes e transformações geométricas, com ênfase em translação, escala e rotação, destacando o impacto da ordem de multiplicação nos resultados obtidos.

Os conceitos fundamentais de computação gráfica serão apresentados por meio de estratégias interativas e visuais, com foco na resolução de problemas. Essa abordagem busca não apenas transmitir o conteúdo teórico, mas também incentivar a aplicação prática em diferentes situações. Para atingir esse objetivo, o sistema contará com quatro tipos principais de exercícios e desafios, descritos nas Subsubseções 4.1.1, 4.1.2, 4.1.3 e 4.1.4.

Essas estratégias foram planejadas para criar uma experiência de ensino dinâmica e motivadora, que combina teoria e prática de forma integrada. Além disso, os exercícios foram estruturados de modo a atender diferentes níveis de habilidade, permitindo que os usuários avancem gradualmente na compreensão de conceitos mais complexos.

#### ***4.1.1 Desafios em cenários interativos***

Esses desafios apresentam um ambiente gráfico pré-configurado, no qual o usuário deve realizar alterações manuais no cenário para cumprir um objetivo específico. Essa abordagem promove a exploração prática e o aprendizado ativo, estimulando a criatividade e o raciocínio espacial.

**Exemplo:** Posicione o ponto A na posição (3, 2) do plano cartesiano 2D.

O usuário visualiza um plano cartesiano 2D com um ponto A posicionado em uma coordenada inicial aleatória (por exemplo, (0, 0)). Ele deve mover o ponto para a posição correta, que neste caso é (3, 2). Ao arrastar o ponto, o sistema atualiza a posição dele em tempo real. O usuário clica em um botão “Confirmar” quando acha que a posição está correta. O sistema verifica a resposta e fornece um feedback.

#### ***4.1.2 Completar espaço vazio***

Nesse tipo de exercício, o usuário deve completar uma solução incompleta, como uma fórmula matemática, uma matriz de transformação ou uma coordenada. Para isso, será apresentada uma lista de opções para que o usuário escolha a resposta correta. Esse formato reforça a atenção aos detalhes e a compreensão dos conceitos, permitindo que o usuário pratique a análise de soluções parcialmente construídas.

**Exemplo:** A matriz de rotação 3D no eixo Y incompleta para um ângulo de  $45^\circ$  é dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin 45^\circ & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

As opções disponíveis são as seguintes:

- a)  $-\cos 45^\circ$
- b)  $\sin 45^\circ$
- c)  $\cos 45^\circ$
- d)  $-\sin 45^\circ$

Para resolver o exercício, o usuário deve preencher as lacunas da matriz com as opções d) e c), respectivamente, nas posições  $R_{13}$  e  $R_{33}$ .

#### 4.1.3 Reordenar operações

O usuário recebe um objetivo final relacionado a transformações geométricas (como posicionar um objeto em uma determinada coordenada ou rotacioná-lo para uma posição específica). Para alcançar o objetivo, ele deve reorganizar uma sequência de operações de transformação geométrica, como translações, rotações e escalas, na ordem correta. Esse tipo de exercício desenvolve o entendimento da sequência lógica de operações e sua influência cumulativa no resultado final.

**Exemplo:** Dadas as matrizes de Escala (S), Translação (T) e Rotação (R) a seguir, organize a ordem de multiplicação das matrizes para que o resultado final seja igual ao apresentado na tela:

$$S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Para resolver o exercício, o usuário deve arranjar as matrizes na ordem correta de multiplicação. O objetivo é que o objeto resultante da multiplicação seja o mesmo que o exibido na tela.

#### 4.1.4 Manipulação de parâmetros

Exercícios em que o usuário manipula diretamente os parâmetros de um cenário gráfico. O sistema atualiza a visualização em tempo real, permitindo que o usuário observe o impacto de suas alterações e atinja um objetivo predeterminado. Essa dinâmica reforça a compreensão de como os conceitos teóricos se aplicam na prática.

**Exemplo:** Dado um cubo em um cenário 3D, o objetivo é alterar os valores da matriz de Translação ( $T$ ) de modo que o cubo seja movido para a posição determinada pelo ponto A.

Para resolver esse exercício, o usuário interage com um painel contendo a matriz de translação com valores editáveis. Ao ajustar qualquer valor da matriz, o sistema atualiza a cena 3D em tempo real, fornecendo feedback imediato sobre as alterações. Quando o usuário estiver confiante de que a posição do cubo está correta, ele deve clicar no botão "Confirmar" para validar a resposta.

## 4.2 Arquitetura e implementação da plataforma

Nesta seção, serão apresentados os requisitos funcionais da plataforma, com o objetivo de delimitar o escopo da aplicação. Também será abordada a modelagem do sistema, apresentando diagramas que guiarão as principais funcionalidades. Por fim, serão detalhadas as tecnologias escolhidas para o desenvolvimento da plataforma.

### 4.2.1 Definição de Requisitos

A definição dos requisitos da plataforma foi conduzida inicialmente por meio da técnica de *Brainstorming*, permitindo a geração livre de ideias sobre funcionalidades, elementos de interatividade e recursos de apoio ao aprendizado. Nessa etapa, buscou-se levantar o maior número possível de propostas, sem restrições quanto à viabilidade técnica ou escopo, com o objetivo de fomentar a criatividade e mapear diferentes possibilidades que pudessem enriquecer a experiência do usuário.

Para orientar a priorização dos requisitos levantados, foram consideradas abordagens observadas nos trabalhos relacionados (Seção 3) e nas plataformas educacionais Duolingo (2012), voltada ao ensino de idiomas de forma gamificada, e Brilliant (2012), focada em matemática e computação com abordagens interativas. Apesar de áreas distintas, ambas influenciaram este trabalho por utilizarem estratégias de engajamento, interatividade e progressão estruturada, como

trilhas de exercícios, desafios curtos e visuais dinâmicos, além da valorização do progresso do usuário.

A partir dessa análise, foram selecionados elementos de gamificação que pudessem ser integrados de maneira viável ao Mínimo Produto Viável (*MVP*) da plataforma, considerando seu potencial de engajamento e a simplicidade de implementação. Os elementos escolhidos estão alinhados à categorização proposta por Hong *et al.* (2024), e são descritos a seguir:

- **Progresso:** Representado pela organização gradual dos exercícios em ordem crescente de complexidade. A dificuldade é modulada por meio de fatores como introdução de números negativos e fracionários, variações nos formatos geométricos, e aumento do número de elementos a serem manipulados (de pontos simples a vetores e formas compostas).
- **Feedback:** Oferecido de forma imediata após cada tentativa de resposta, informando se o usuário acertou ou errou. A cena gráfica também é atualizada em tempo real conforme o usuário interage com os objetos, reforçando visualmente o impacto de suas ações.
- **Liberdade para errar:** O ambiente permite que o usuário recomece os exercícios quantas vezes desejar, sem penalizações. Essa abordagem reduz o medo do erro e promove a persistência na resolução dos desafios.
- **Sequência de uso:** Implementada por meio de um calendário que destaca os dias consecutivos de prática. Esse recurso visa estimular o uso contínuo da plataforma, reforçando a regularidade como um objetivo pessoal do aluno.

A adoção desses elementos busca equilibrar usabilidade, motivação e viabilidade técnica, mantendo o foco no objetivo principal da plataforma: apoiar o aprendizado de álgebra linear aplicada à computação gráfica. No Quadro 3, são apresentados os requisitos funcionais definidos para o desenvolvimento do *MVP*, com suas respectivas prioridades.

Com os requisitos funcionais claramente definidos e devidamente priorizados, o desenvolvimento será direcionado à implementação dos requisitos classificados como Essenciais. A conclusão desses requisitos resultará na entrega de um *MVP*, garantindo uma versão inicial funcional da plataforma que atenda aos objetivos principais do projeto.

Quadro 3 – Requisitos funcionais do sistema

<b>Código</b>	<b>Descrição</b>	<b>Prioridade</b>
RF01	O sistema deve exibir uma lista de exercícios organizados hierarquicamente por conteúdos (ex: pontos, vetores, matrizes, etc.), onde cada exercício apresenta: título, conteúdo, tipo de exercício (interativo, completar espaço vazio, manipulação de parâmetros e ordenação de operações), <i>status</i> de conclusão (concluído ou não).	Essencial
RF02	O sistema deve renderizar visualizações 2D e 3D, exibindo pontos, vetores e objetos geométricos, com a possibilidade de manipulação da cena em tempo real pelo usuário.	Essencial
RF03	O sistema deve disponibilizar um painel explicativo com imagens e vídeos instruindo como manipular as cenas dos exercícios.	Importante
RF04	O sistema deve apresentar um painel interativo que ofereça diferentes opções de resposta conforme o tipo de exercício: (a) seleção de múltipla escolha para preencher lacunas, (b) blocos arrastáveis para ordenar operações, (c) campos editáveis para alterar valores de matrizes e vetores, (d) elementos gráficos manipuláveis com mouse (ex: arrastar pontos no plano 2D ou mover objetos em 3D).	Essencial
RF05	O sistema deve possuir diversos tipos de exercícios, incluindo: completar espaço vazio, reordenar operações, desafios em cenários interativos e manipulação de parâmetros.	Essencial
RF06	O sistema deve exibir, imediatamente após o envio da resposta a um exercício, uma mensagem informando se o usuário acertou ou errou, e disponibilizar a opção de tentar novamente ou seguir para o próximo exercício.	Essencial
RF07	O sistema deve permitir o cadastro de usuários por meio de um formulário contendo os seguintes campos: nome, e-mail e senha. As informações devem ser utilizadas para associar o progresso do usuário, incluindo: exercícios concluídos, sequência de dias ativos e progresso na missão diária.	Essencial
RF08	O sistema deve monitorar os dias consecutivos de uso da plataforma por cada usuário e exibir esse progresso por meio de um calendário de marcação diária em um período semanal, onde cada dia com atividade é marcado com uma cor verde. O sistema deve também exibir a sequência atual de dias ativos.	Importante
RF09	O sistema deve oferecer uma opção de acesso como “convidad”, permitindo que o usuário utilize a plataforma sem cadastro, mas sem registrar seu progresso.	Importante
RF10	O sistema deve disponibilizar relatórios do progresso do usuário, incluindo informações como porcentagem de conclusão, acertos e erros por categoria.	Desejável
RF11	O sistema deve permitir que usuários acessem exercícios gerados aleatoriamente, por meio de uma opção separada da trilha principal. O usuário deve poder selecionar o conteúdo desejado (como pontos, vetores ou matrizes), e os exercícios devem ser gerados com variações nos valores numéricos e nos elementos geométricos, respeitando o(s) conteúdo(s) escolhido(s).	Desejável
RF12	O sistema deve exibir, para usuários autenticados, uma missão diária composta por um objetivo quantitativo (ex.: resolver 5 exercícios sobre soma de vetores), que deve ser atualizado automaticamente a cada novo dia.	Desejável

Fonte: Elaborado pelo autor.

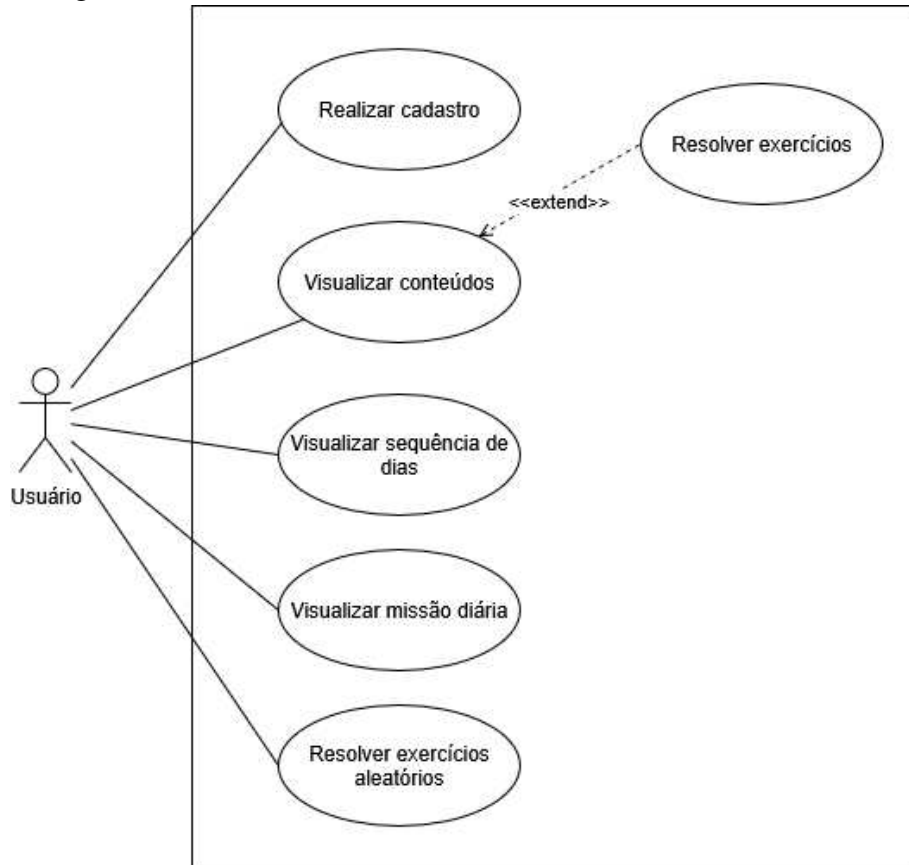
#### 4.2.2 Modelagem

Nesta subseção, são apresentados o Diagrama de Casos de Uso e o Diagrama de Atividades, que servem como ferramentas fundamentais para a compreensão do funcionamento do sistema e o alinhamento com os requisitos previamente definidos. Esses diagramas fornecem uma visão clara das interações dos usuários com o sistema, bem como do fluxo operacional das funcionalidades principais.

A Figura 12 apresenta o Diagrama de Casos de Uso do sistema, com o detalhamento dos casos de uso presente no Apêndice A. O diagrama inclui atividades como o cadastro do

usuário, a visualização da sequência de dias consecutivos em que realizou exercícios, visualização de conteúdos e dos exercícios. Essas funcionalidades refletem diretamente os requisitos especificados para a aplicação, garantindo uma plataforma prática e intuitiva.

Figura 12 – Diagrama de Casos de Uso do sistema

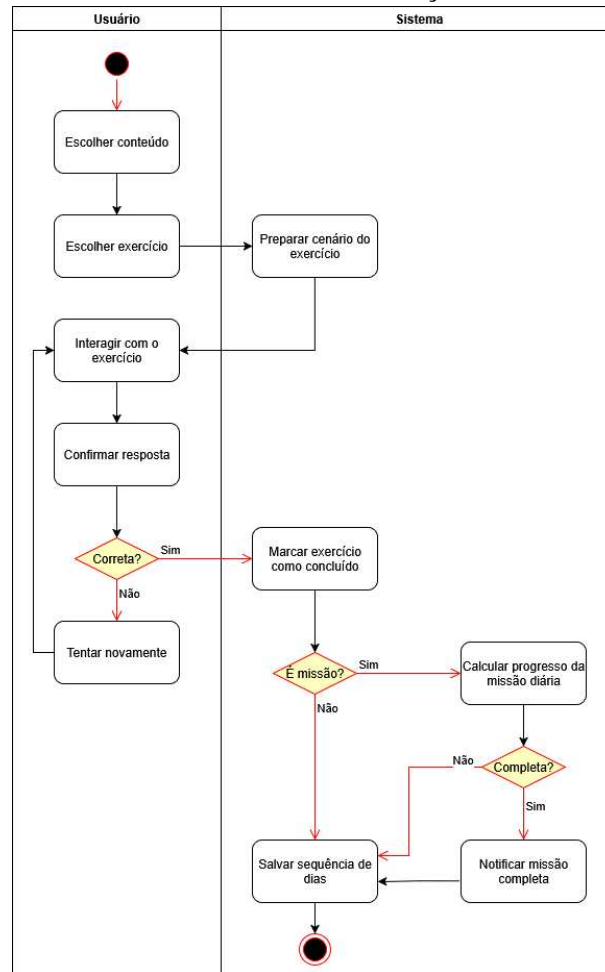


Fonte: Elaborado pelo autor.

Já o Diagrama de Atividades, apresentado na Figura 13, descreve o fluxo operacional do processo de resolução de um exercício, desde a escolha do conteúdo até a conclusão da tarefa. Esse diagrama ilustra de forma detalhada as ações realizadas pelo Usuário e as respostas do sistema, destacando etapas como a exibição do exercício, a interação do usuário com os elementos interativos, conclusão de exercício, progresso de missão diária e sequência de dias.

Esses diagramas, juntos, formam a base para o desenvolvimento e validação do sistema, auxiliando na visualização das interações e garantindo que a implementação atenda aos objetivos propostos.

Figura 13 – Diagrama de Atividades do fluxo de resolução de exercício



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.2.3 Ferramentas e Tecnologias

Com o objetivo de proporcionar uma experiência de usuário fluida e intuitiva, este projeto foi desenvolvido utilizando tecnologias web modernas. A escolha por essa abordagem permite o acesso à aplicação a partir de qualquer dispositivo com navegador, eliminando a necessidade de instalação de softwares e garantindo compatibilidade com diferentes sistemas operacionais.

Para atender aos objetivos definidos, as tecnologias foram selecionadas com base em critérios como desempenho, escalabilidade, facilidade de manutenção e experiência do desenvolvedor. Utilizou-se o *framework Next.js*, com a linguagem *TypeScript*, para tipagem estática. A biblioteca *React Three Fiber* está sendo responsável por renderizar visualizações 3D interativas, enquanto a biblioteca *Mafs* foi utilizada especificamente para renderização de cenas 2D interativas em um plano cartesiano.

Para assegurar uma estilização consistente em todas as telas do sistema, foi utilizada

a biblioteca de componentes *shadcn-ui*. O gerenciamento de estado é feito com a biblioteca *Zustand*, facilitando o controle de cenas 2D e 3D, bem como o armazenamento das informações dos exercícios.

No lado do servidor, adotou-se a plataforma *Convex*, que fornece uma solução completa como *Backend-as-a-Service (BaaS)*, integrando gerenciamento de um banco de dados não relacional e autenticação de usuários. Essa escolha visa agilizar o desenvolvimento e reduzir a complexidade operacional, permitindo que o foco esteja nas funcionalidades fundamentais do projeto.

Por fim, para hospedar a aplicação web e disponibilizar para o público, foi utilizada a plataforma *Vercel*, que disponibiliza uma forma de hospedar as aplicações web criadas com Next.js de forma gratuita.

### **4.3 Validação e avaliação da plataforma**

Este trabalho realizou um estudo de caso exploratório com a turma da disciplina de Computação Gráfica do semestre 2025.1 da Universidade Federal do Ceará – Campus Russas. Participaram 32 alunos, utilizaram a plataforma nos computadores do laboratório de informática da universidade e foram guiados por instruções bem definidas:

- Cada aluno deveria resolver o máximo de exercícios fixos que conseguissem durante 5 minutos para cada conteúdo disponibilizado pela plataforma, totalizando 40 minutos.
- Após os 5 minutos de cada exercício fixo, os participantes tiveram 2 minutos para resolverem o máximo de exercícios aleatórios do conteúdo previamente praticado, totalizando 18 minutos.

Este trabalho possui uma abordagem mista, combinando métodos qualitativos e quantitativos para investigar o impacto da plataforma no aprendizado e no engajamento dos alunos. A abordagem qualitativa busca explorar percepções, experiências e opiniões detalhadas, bem como identificar pontos positivos e de melhorias na plataforma.

Após o uso da plataforma, os participantes foram convidados a responderem um formulário *on-line*, com questões objetivas e subjetivas, avaliando os aspectos de usabilidade e pedagógicos da aplicação, além de descreverem suas experiências positivas, negativas e sugerirem melhorias para a plataforma.

A participação foi voluntária, garantindo anonimato e confidencialidade pelo Termo

de Consentimento Livre e Esclarecido apresentado no Apêndice B. O perfil dos participantes inclui alunos dos cursos de graduação de Engenharia de Software e Ciência da Computação.

#### 4.3.1 Coleta e análise dos dados

A coleta de dados foi realizada por meio de um formulário *on-line*, disponibilizado através da plataforma *Google Forms*. O formulário incluiu questões fechadas em formato de afirmações na escala Likert e questões abertas, visando captar dados quantitativos e qualitativos.

As questões fechadas foram estruturadas com afirmações avaliadas em uma escala de Likert de cinco pontos, com as seguintes opções: 1 - Discordo totalmente; 2 - Discordo parcialmente; 3 - Não concordo nem discordo; 4 - Concordo parcialmente; 5 - Concordo totalmente.

Para estruturar a avaliação da plataforma, este trabalho adapta as metodologias propostas por Gladcheff (2001) e Oliveira (2001), que têm como objetivo analisar aspectos de usabilidade e pedagógicos em softwares educacionais. Dessa forma, os formulários e *checklists* elaborados por esses autores foram adaptados para o formato de afirmações aplicadas à escala de Likert, possibilitando uma avaliação mais estruturada e sistemática.

O Quadro 4 mostra as afirmações destinadas a analisar os aspectos de usabilidade da plataforma, buscando avaliar a usabilidade da interface, experiência de navegação, simplicidade de uso, experiência visual, uso sem interrupções e velocidade de resposta.

Quadro 4 – Afirmações avaliadas na escala Likert para critérios de usabilidade

Nº	Afirmação de usabilidade
U1	A interface da plataforma é intuitiva e facilita o uso desde o primeiro acesso.
U2	A estrutura de navegação da plataforma permite acesso rápido e simples aos conteúdos e funcionalidades.
U3	As informações e instruções exibidas na tela são organizadas de forma clara e compreensível.
U4	O design e a estética da aplicação são atrativos e contribuem para uma experiência visual agradável.
U5	A plataforma opera de forma estável e sem erros, proporcionando uma experiência contínua e sem interrupções.
U6	A velocidade de resposta da plataforma atende às minhas expectativas durante a interação.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Já o Quadro 5, apresenta as afirmações para levantar dados sobre os aspectos pedagógicos da plataforma, buscando avaliar se a plataforma facilitou o entendimento dos conceitos, se houve aumento na motivação e interesse, se o nível de dificuldade e progresso está adequado, nível de satisfação com funcionalidades de gamificação, interatividade e resposta em tempo real.

Os dados quantitativos foram analisados de forma descritiva por um gráfico de barras elaborado com apoio da plataforma Flourish para cada grupo de afirmações.

Quadro 5 – Afirmações avaliadas na escala Likert para critérios pedagógicos

Nº	Afirmção pedagógica
P1	A ferramenta facilitou significativamente a compreensão dos conceitos de álgebra linear.
P2	O uso da ferramenta aumentou minha motivação para aprender os conteúdos propostos.
P3	A ferramenta demonstrou de forma eficaz a aplicação dos conceitos de álgebra linear na computação gráfica.
P4	Os exemplos e exercícios oferecidos estão integrados aos conteúdos de Computação Gráfica, facilitando a conexão entre teoria e prática.
P5	O feedback em tempo real recebido durante os exercícios contribui positivamente para meu processo de aprendizagem.
P6	A combinação de aspectos matemáticos com recursos visuais contribuiu para uma melhor assimilação dos conteúdos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 6 mostra as questões abertas destinadas a coletar dados qualitativos sobre as percepções, experiências e *feedbacks* dos participantes em relação a plataforma. Essas perguntas também buscam sugestões de melhorias, possibilitando avaliar a viabilidade de implementar as sugestões em trabalhos futuros.

Quadro 6 – Questões abertas do formulário

Nº	Questão
Q1	Como você descreveria sua experiência geral com a plataforma? Quais aspectos se destacaram positivamente e quais poderiam ser aprimorados?
Q2	Há algum aspecto da ferramenta que você acredita que poderia melhorar para abordar melhor os conteúdos?
Q3	Quais funcionalidades da ferramenta você considera essenciais para o seu aprendizado? Explique o motivo.
Q4	Você encontrou alguma dificuldade ao utilizar a plataforma? Se sim, descreva quais foram e como você acha que eles poderiam ser resolvidos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para analisar os dados qualitativos, aplicou-se a técnica de análise de conteúdo proposta por Bardin (2016), que consiste em um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens. O processo de análise seguiu as três etapas fundamentais propostas por Bardin: (1) pré-análise, onde foi realizada a organização e leitura flutuante dos dados coletados; (2) exploração do material, com a codificação e categorização das respostas; e (3) tratamento dos resultados e interpretação, onde foram identificados os temas emergentes.

Para apoiar este processo analítico, utilizou-se o software ATLAS.ti, que facilitou a organização, codificação e visualização dos dados qualitativos, permitindo uma análise temática mais rigorosa e sistemática das questões abertas do formulário. Além da categorização textual, o software foi utilizado para elaborar redes de códigos, que permitiram representar visualmente as relações entre os temas identificados, favorecendo uma interpretação mais estruturada das percepções dos participantes.

## 5 RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados alcançados, divididos em duas subseções. A primeira detalha os resultados do desenvolvimento da plataforma CG.lab, com foco nas funcionalidades implementadas na versão final do *MVP*. A segunda subseção expõe os resultados do estudo de caso realizado com estudantes de Computação Gráfica, analisando suas percepções sobre a usabilidade e os aspectos pedagógicos da ferramenta.

### 5.1 Resultados do Desenvolvimento

A plataforma desenvolvida atingiu os objetivos propostos para o *MVP*, contemplando todos os seis requisitos funcionais classificados como essenciais, conforme definidos na Subsubseção 4.2.1. Dessa forma, foi possível garantir uma versão funcional e utilizável da aplicação no momento da realização do estudo de caso com a turma de Computação Gráfica.

Além dos requisitos essenciais, também foram implementados dois requisitos classificados como importantes (RF08 e RF09) e dois desejáveis (RF11 e RF12). O requisito RF10, embora não concluído integralmente, apresenta uma funcionalidade parcial: a visualização da porcentagem de conclusão dos exercícios. A plataforma está disponível publicamente por meio do link: <<https://cg-lab.vercel.app>>.

A Figura 14 mostra a tela inicial da plataforma visualizada por usuário não autenticado. Nessa tela, os conteúdos abordados são listados com uma breve descrição e um botão para iniciar os exercícios. Além disso, a área à esquerda apresenta mensagens incentivando o cadastro do usuário para que ele possa manter o controle de seu progresso, além de funcionalidades como a realização de exercícios aleatórios e missões diárias.

A Figura 15 apresenta a tela de listagem de exercícios sobre Pontos 2D. Nela, cada exercício é exibido com seu título e instrução, acompanhado de um botão que redireciona o usuário para a tela de interação com o exercício. As telas das Figuras 14 e 15 refletem o atendimento ao RF01, ao organizar os exercícios de forma hierárquica e contextualizada por conteúdo.

O primeiro exercício apresentado aos usuários pode ser visto na Figura 16. Nela, observa-se um painel com uma pergunta de completar o espaço vazio na frase e um ponto A que o usuário deve observar e responder ao exercício.

A Figura 17 exibe um dos exercícios básicos sobre vetores. Nessa tela, um vetor é

Figura 14 – Tela inicial como usuário não autenticado

**CG.lab** Entrar Registrar

**Comece sua Jornada!**  
Registre-se para acompanhar sua sequência e progresso.  
Entrar Registrar

**Treine com Exercícios Aleatórios!**  
Aqui você pode praticar com exercícios gerados aleatoriamente.  
Selecione os assuntos que você deseja praticar  
Pontos  Definição de vetores  +7     
Começar

**Missões diárias**  
Faça login para começar a completar missões diárias.  
Começar

**Pontos 2D**  
Aprenda os conceitos básicos de pontos num plano 2D.  
Iniciar

**Definição de Vetores**  
Aprenda os conceitos básicos de vetores num plano 2D.  
Iniciar

**Soma de Vetores**  
Aprenda a somar vetores num plano 2D.  
Iniciar

**Multiplicação por Escalar**  
Aprenda a multiplicar vetores por escalares.  
Iniciar

**Módulo de Vetores**  
Aprenda a calcular o módulo de vetores.  
Iniciar

**Matriz de Translação**  
Aprenda a criar matrizes de translação 2D.  
Iniciar

**Matriz de Escala**  
Aprenda a criar matrizes de escala 2D.  
Iniciar

**Matriz de Rotação**  
Aprenda a criar matrizes de rotação 2D.  
Iniciar

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 15 – Tela de listagem de exercícios sobre Pontos 2D

**CG.lab** Entrar Registrar

**Pontos 2D**  
Aprenda os conceitos básicos de pontos num plano 2D.  
0/28 exercícios

**Pontos**  
**Ponto na Origem**  
Identifique a posição do ponto A e complete o espaço em branco.  
Resolver

**Pontos**  
**Ponto no Eixo X**  
Identifique a posição do ponto no eixo X e complete o espaço em branco.  
Resolver

**Pontos**  
**Ponto no Eixo Y**  
Identifique a posição do ponto no eixo Y e complete o espaço em branco.  
Resolver

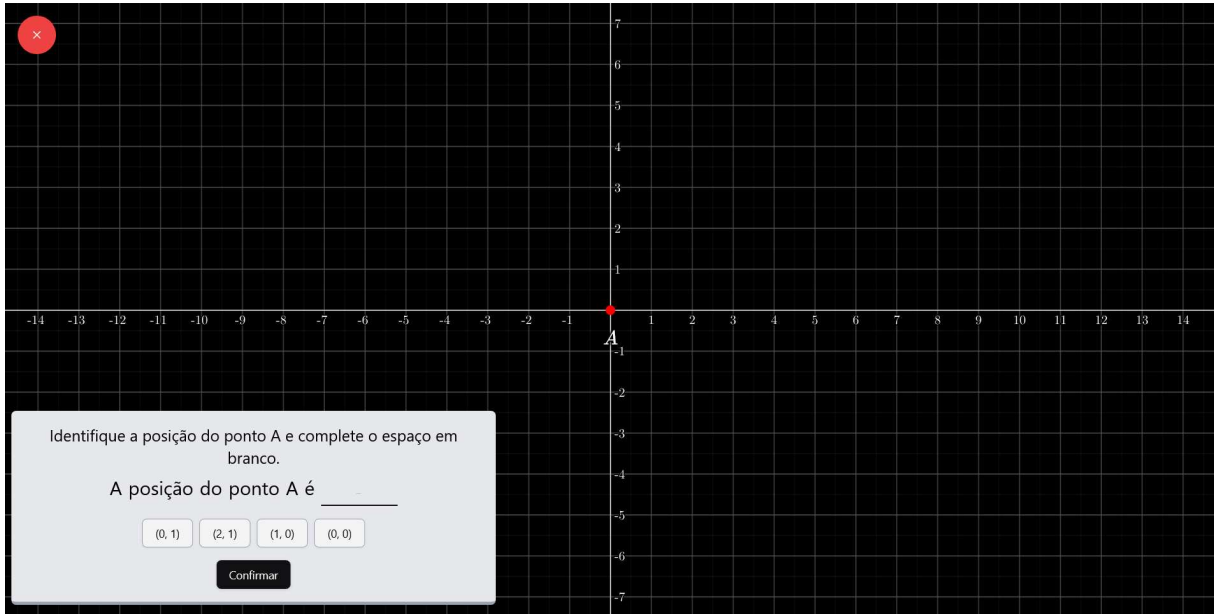
**Pontos**  
**Ponto no Primeiro Quadrante**  
Observe o ponto no primeiro quadrante e complete o espaço em branco.  
Resolver

**Pontos**  
**Posição no Segundo Quadrante**  
Identifique a posição do ponto no segundo quadrante e complete o espaço em branco.  
Resolver

**Pontos**  
**Posição no Terceiro Quadrante**  
Identifique a posição do ponto no terceiro quadrante e complete o espaço em branco.  
Resolver

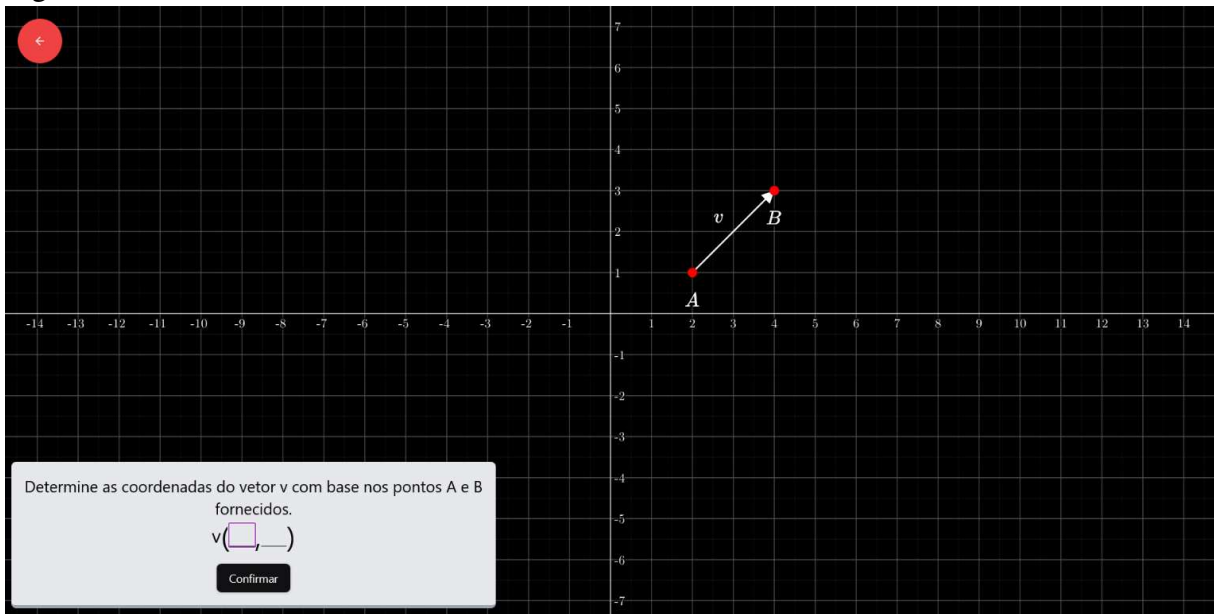
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – Tela do primeiro exercício de pontos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Tela de um dos exercícios de vetores

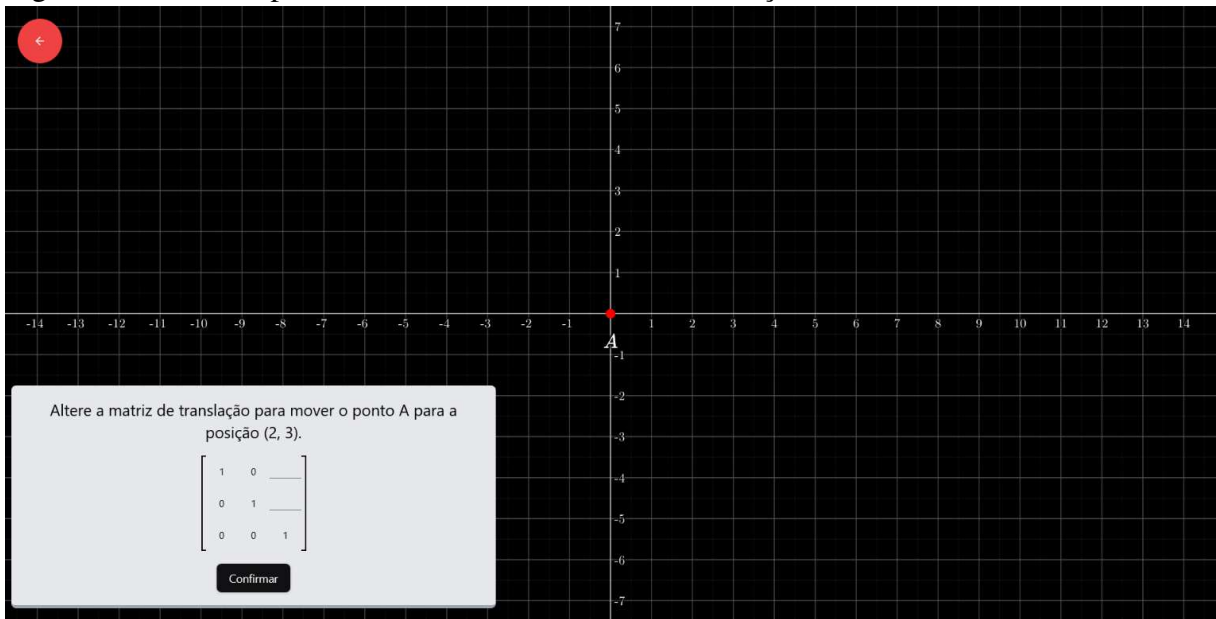


Fonte: Elaborado pelo autor.

apresentado ao usuário, que deve preencher os campos correspondentes no painel para definir corretamente o vetor. Essa tela contempla o desenvolvimento do exercício do tipo “Manipulação de parâmetro”, presente no RF04.

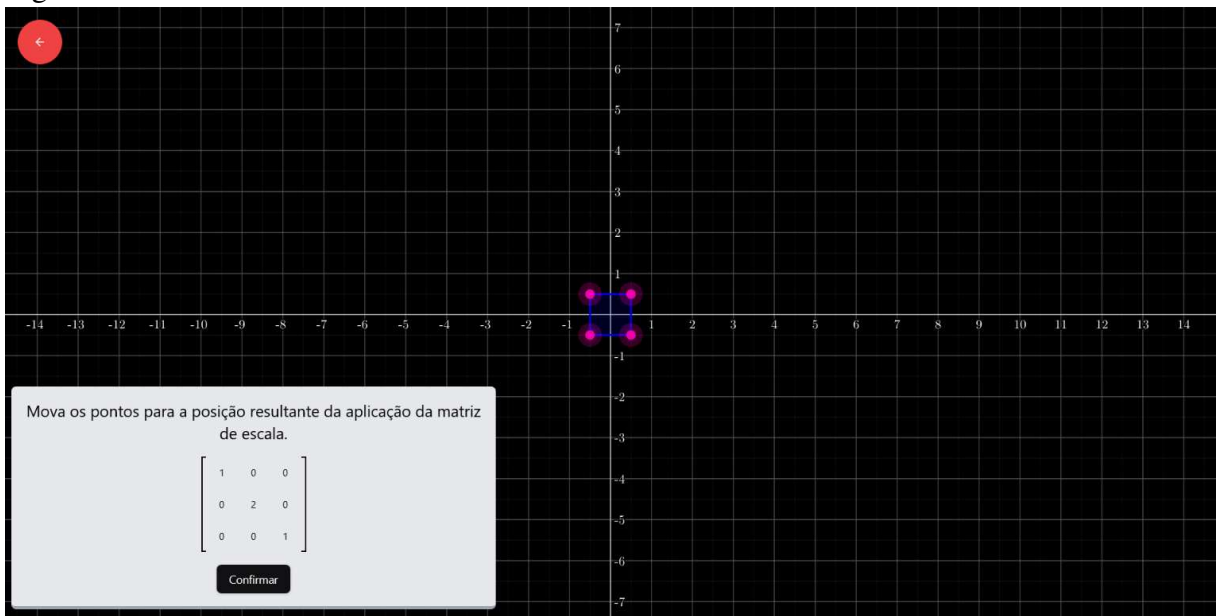
A Figura 18 apresenta o primeiro exercício sobre matrizes, especificamente a matriz de translação. Nessa atividade, o usuário deve alterar a matriz de translação para mover o ponto A para a posição correta, se enquadrando também no exercício do tipo “Manipulação de parâmetro”.

Figura 18 – Tela do primeiro exercício de matriz de translação



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 19 – Tela de um dos exercícios interativos de matriz de escala

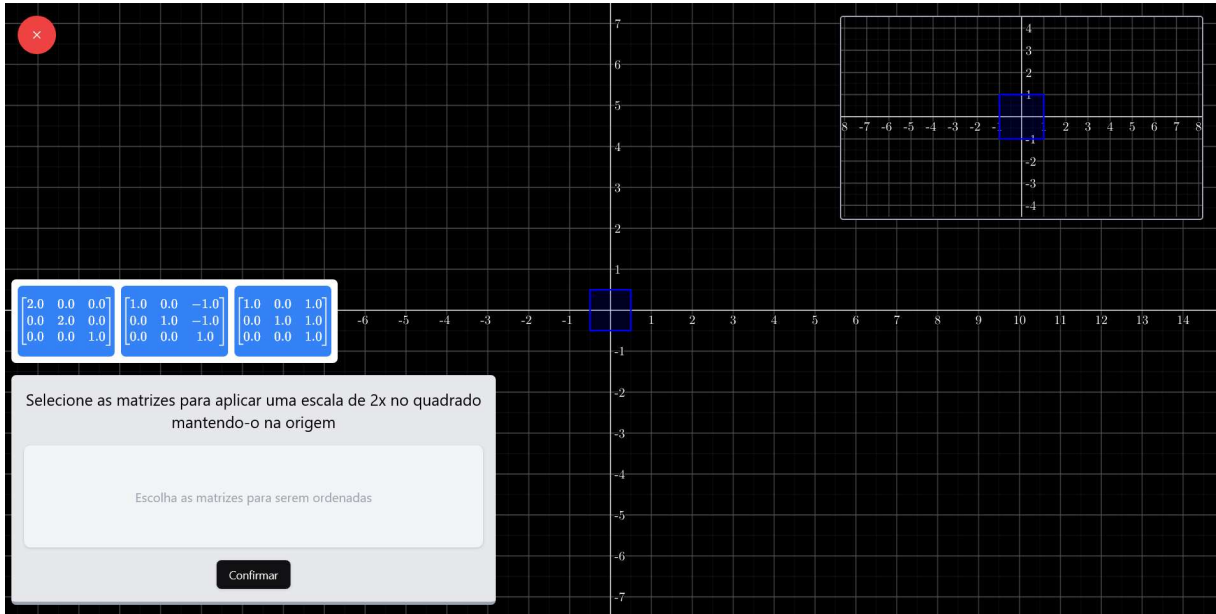


Fonte: Elaborado pelo autor.

Um dos exercícios introdutórios sobre a matriz de escala pode ser visto na Figura 19. Nessa atividade, o usuário deve mover os vértices do quadrado para as posições correspondentes, conforme a aplicação da matriz de escala definida no painel. Essa tela apresenta a implementação do exercício do tipo de manipulação de elementos gráficos com o mouse, também presente no RF04.

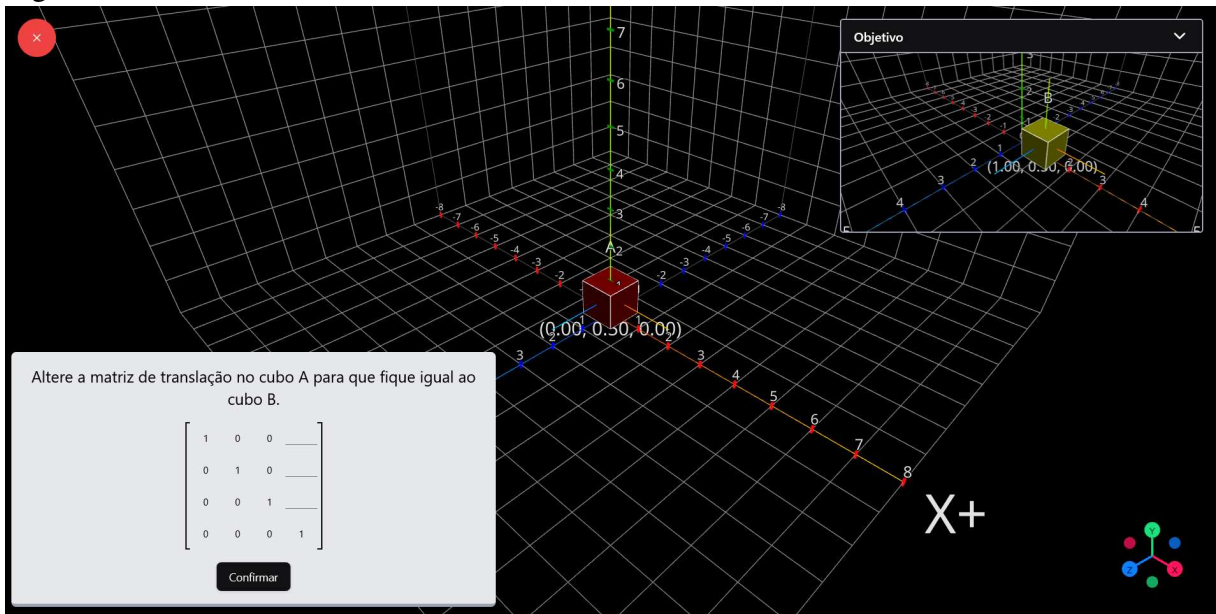
O primeiro exercício de ordenação de matrizes está apresentado na Figura 20. A tela possui um painel com as matrizes para o usuário selecionar e ordenar como elas devem ser

Figura 20 – Primeiro exercício sobre ordenação de matrizes



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Tela de um dos exercícios em 3D



Fonte: Elaborado pelo autor.

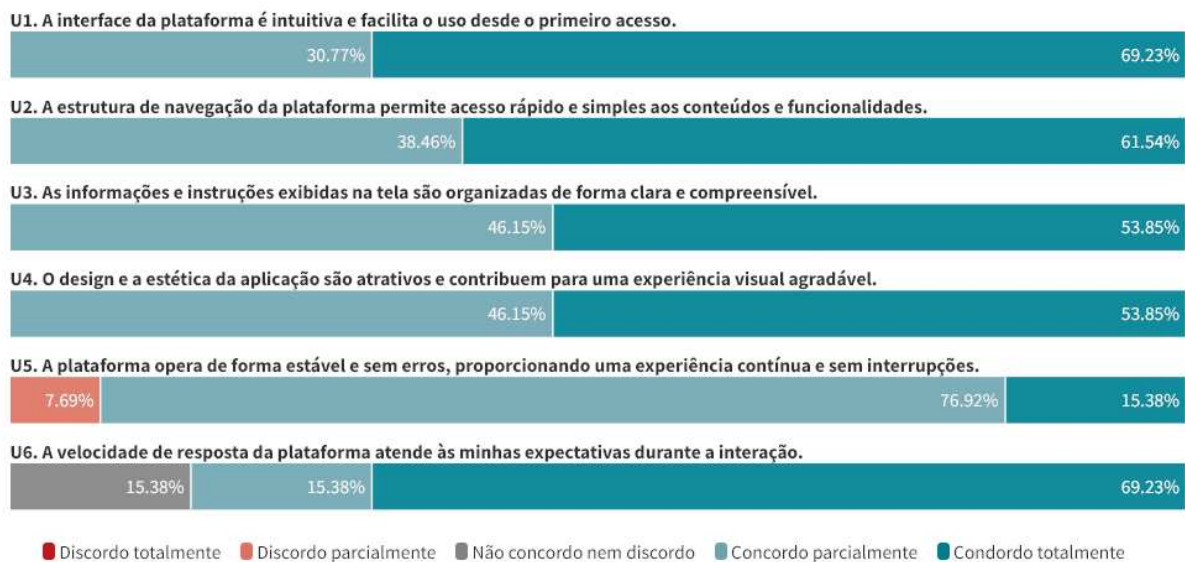
aplicadas. Além disso, a tela mostra como o quadrado deve ficar na cena.

Por fim, a Figura 21 apresenta a tela de um exercício interativo em 3D sobre matriz de rotação. Na tela, observa-se um painel de instruções contendo uma matriz com campos a serem preenchidos pelo usuário. No canto superior esquerdo, há outro painel que exibe o resultado esperado para a rotação do cubo. Ao completar todos os valores da matriz, a transformação é aplicada em tempo real, permitindo que o usuário visualize e compare o resultado obtido com o objetivo indicado.

## 5.2 Resultados do Estudo de Caso

O formulário aplicado obteve 13 respostas submetidas. Na Figura 22 é possível observar um gráfico de barras para as respostas quantitativas sobre a usabilidade da plataforma. O resultado obtido nas afirmações U1 e U2 indicam que os participantes tiveram uma experiência positiva em relação a interface e navegação da plataforma. As afirmações U3 e U4 indicam satisfação dos participantes em relação a organização das informações e design da plataforma, apresentando uma experiência visual agradável.

Figura 22 – Resultados sobre a usabilidade da plataforma



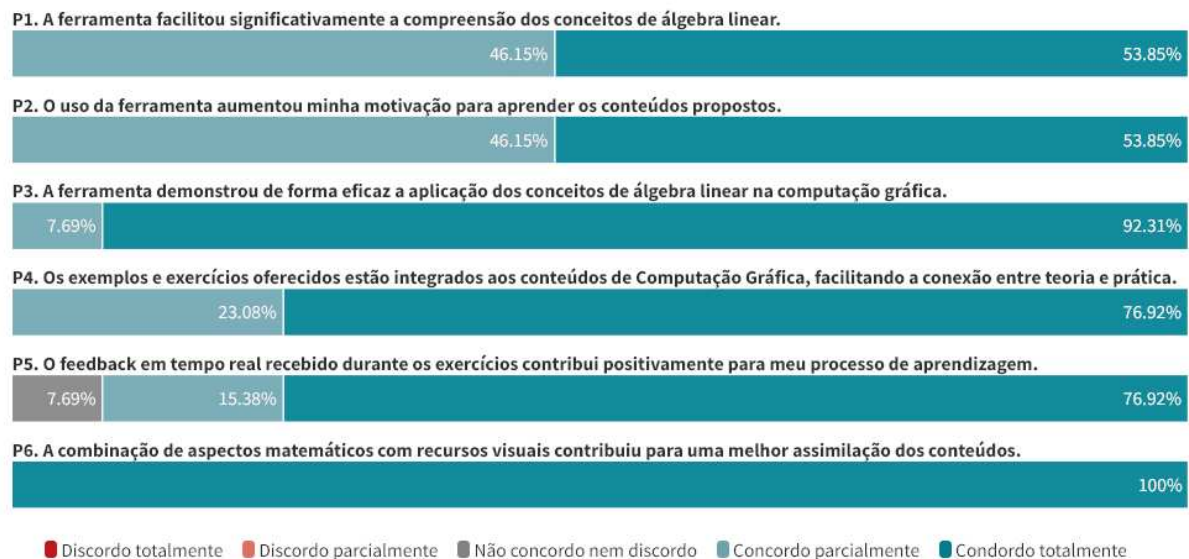
Fonte: Elaborado pelo autor.

Além disso, é possível destacar na Figura 22 as afirmações U5 e U6, que apresentam uma leve discordância e uma leve neutralidade, respectivamente. Isso pode indicar alguma experiência negativa durante o uso da plataforma, como no relato de um dos participantes: “a pergunta ficou por cima do ponto que gostaria de explorar, em determinado momento”. Mesmo que a plataforma possibilite que os usuário movam o cenário, o que tornaria possível contornar o problema enfrentado pelo participante, o relato indica que possivelmente o usuário não identificou a funcionalidade disponível. Dessa forma, identificou-se a necessidade de um tutorial embutido nos exercícios, destacando a funcionalidade de mover o cenário interativo.

Os resultados obtidos sobre os aspectos pedagógicos da plataforma estão apresentados na Figura 23. Destacam-se as afirmações P3 e P6, que obtiveram 92,31% e 100% de concordância completa respectivamente. Essas afirmações visaram avaliar a eficácia da plataforma em abordar os conceitos de álgebra linear de forma visual, indicando que a plataforma

atingiu o objetivo de auxiliar no aprendizado dos conceitos.

Figura 23 – Resultados sobre critérios pedagógicos da plataforma



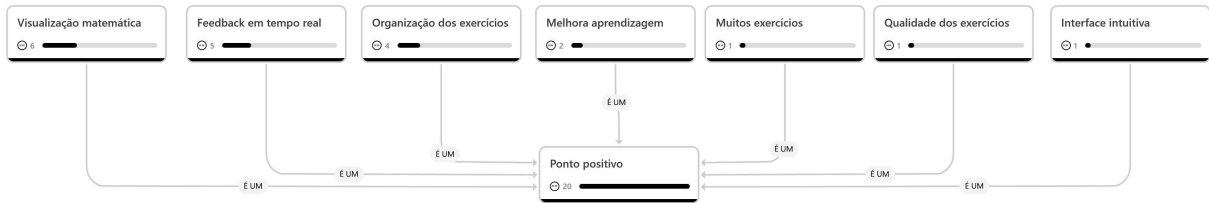
Fonte: Elaborado pelo autor.

Também é possível observar que a afirmação P4 da Figura 23 obteve uma concordância total de 76,92%, o que indica que os exercícios auxiliaram a conexão entre teoria e prática por parte dos alunos. A afirmação P5 reforça o impacto positivo da funcionalidade de *feedback* em tempo real ao interagir com os exercícios. A relevância desta funcionalidade é reforçada por relatos de participantes como em: “Gostei muito da resposta em tempo real enquanto eu fazia a questão” e “A resposta em tempo real me auxiliou a entender o que eu estava fazendo de certo ou errado”.

As afirmações P1 e P2 obtiveram também uma alta concordância, demonstrando que a plataforma alcançou com êxito tanto o objetivo de facilitar a compreensão dos conceitos de álgebra linear quanto o propósito de aumentar a motivação dos alunos para o aprendizado dos conteúdos abordados.

A análise temática das respostas revelou três categorias principais: pontos positivos da plataforma, sugestões de melhorias e dificuldades encontradas. Com o auxílio da ferramenta ATLAS.ti, foram elaboradas redes de códigos com base em trechos das respostas dos participantes, permitindo uma visualização estruturada das percepções recorrentes. A Figura 24 apresenta a rede de códigos referente aos pontos positivos destacados. Dentre os aspectos mais mencionados, sobressaem-se a visualização matemática dos conceitos (6 citações), o *feedback* em tempo real (5 citações) e a organização dos exercícios (4 citações).

Figura 24 – Rede de códigos para os Pontos positivos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os relatos dos participantes enfatizam especialmente o impacto da representação visual dos conteúdos na compreensão dos conceitos matemáticos abordados. Como nos trechos encontrados nas questões abertas Q1 e Q4: “Ter uma visualização gráfica sobre vetores, pontos, matrizes, e principalmente as transformações geométricas, é muito intuitivo e ajuda a assimilar bastante o conteúdo”, “A parte visual alterando em tempo real, pois permite ver o que você está errando ou acertando” e “Gráficos se ajustando em tempo real, pois facilita a compreensão do que está sendo feito”. Esses relatos corroboram com o resultado positivo das afirmações P3 e P6 (Figura 23), que avaliam a eficácia da ferramenta em facilitar o ensino de forma visual e interativa.

Outro ponto bastante valorizado foi o *feedback* imediato durante a execução dos exercícios, considerado como um facilitador no processo de aprendizagem. Um dos participantes destacou: “A resposta em tempo real me auxiliou a entender o que eu estava fazendo de certo ou errado.”. Outro ponto positivo citado frequentemente foi a organização dos exercícios, elogiada por permitir uma navegação eficiente entre os conteúdos, corroborando com o resultado positivo obtido nas afirmações U2 e U3 da Figura 22. Outros trechos que originaram os demais códigos identificados na Figura 24 estão apresentados no Quadro 7.

Quadro 7 – Trechos originadores de códigos de Pontos positivos

Código	Trechos	Questão
Melhora aprendizagem	“visualizar facilita o aprendizado”, “torna a aprendizagem um pouco menos cansativa”	Q1 e Q4
Muitos exercícios	“A plataforma contém muitos exercícios”	Q1
Qualidade dos exercícios	“ótimos exercícios, de graus diferentes”	Q1
Interface intuitiva	“a interface é bem intuitiva”	Q3

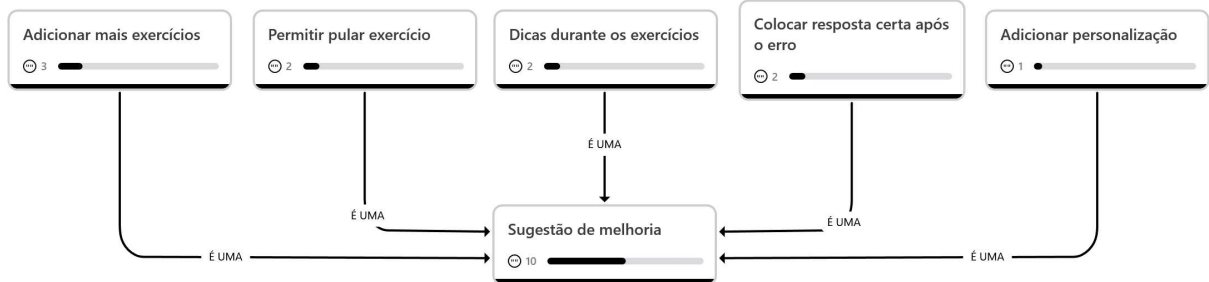
Fonte: Elaborado pelo autor.

Além dos trechos já categorizados, outros comentários espontâneos reforçam a recepção positiva da plataforma: “uma plataforma muito legal e envolvente”, “me fez refletir sobre o que eu tinha aprendido e o que precisa aprender mais”, e “foi bastante intuitivo, não tive nenhuma dificuldade”. Tais observações ilustram como a proposta da ferramenta impactou os

estudantes não apenas na resolução de exercícios, mas também na percepção do próprio processo de aprendizagem.

As respostas às questões abertas Q1 e Q2 revelaram diversas sugestões de melhorias por parte dos participantes, indicando um envolvimento ativo com a proposta da plataforma e interesse em seu aprimoramento. A Figura 25 apresenta a rede de códigos elaborada a partir dessas sugestões.

Figura 25 – Rede de códigos para as Sugestões de melhorias



Fonte: Elaborado pelo autor.

A sugestão mais recorrente entre os participantes foi a de adicionar mais exercícios, apontada em três respostas. Essa demanda não se limita à quantidade, mas também à qualidade e diversidade das atividades propostas. Um dos participantes destacou que a plataforma poderia “adicionar atividades tiradas das listas, outras atividades mais elaboradas, que ‘forcem’ mais nosso aprendizado”, evidenciando o interesse por desafios mais complexos e contextualizados. Esse relato indica que, além de consolidar os conceitos introdutórios, os alunos buscaram exercícios que estimulem a aplicação crítica e aprofundada dos conhecimentos adquiridos, inclusive aproximando-se das listas tradicionalmente propostas em sala de aula.

Outra sugestão recorrente entre os participantes foi a de permitir pular exercícios e retornar a eles posteriormente. Essa funcionalidade foi mencionada em respostas como: “Acho que deveria ter a opção de passar a questão e depois voltar para ela”, indicando que a navegação linear imposta pela plataforma pode gerar frustração ou desmotivação quando o aluno encontra dificuldades pontuais.

As respostas também revelaram sugestões voltadas para o apoio pedagógico durante a resolução dos exercícios, com destaque para a inclusão de dicas e fórmulas. Participantes sugeriram melhorias como “colocar as fórmulas ou bizzus nos exercícios iniciais” e “talvez uma ferramenta que dê dicas em determinados assuntos, onde o usuário persistir errando”, demonstrando a necessidade de apoio conceitual contextualizado durante a prática.

Além disso, houve quem recomendasse a exibição da resposta correta após erros, como nos trechos “outra sugestão seria colocar qual a resposta certa após o erro” e “indicando a resposta certa após um erro”. Embora a proposta da plataforma evite punições e incentive tentativas múltiplas, essas respostas sinalizam que, em situações de repetidos erros, a falta de retorno explicativo pode gerar frustração. Como alternativa à revelação direta da resposta, a implementação de dicas graduais ou explicações orientativas pode manter a proposta pedagógica original e, ao mesmo tempo, atender às necessidades dos estudantes por maior suporte cognitivo durante o processo de aprendizagem.

Houve também uma sugestão voltada ao aprimoramento da experiência do usuário por meio da personalização da plataforma. A recomendação destacada propõe a criação de elementos que permitam ao usuário expressar sua identidade dentro do ambiente, como a personalização de avatares e aspectos visuais do site. No trecho “Criar um avatar personalizado, trazer mais identidade para o site, geralmente quanto mais cores, coisas que façam usuário se ver, mais ele tende a aprender”, observa-se a percepção de que elementos visuais personalizados podem aumentar o sentimento de pertencimento e envolvimento do aluno com a plataforma.

A análise das respostas à questão aberta Q3, que investigava as dificuldades enfrentadas pelos participantes durante o uso da plataforma, revelou um número limitado de ocorrências, mas com relatos relevantes para o aprimoramento do sistema. Os códigos foram elaborados e estão apresentados no Quadro 8. Ao todo, foram identificadas quatro dificuldades principais.

Quadro 8 – Trechos categorizados como dificuldades encontradas

<b>Código</b>	<b>Trecho</b>
Erro sem compreensão	“Fiquei muito tempo tentando resolver uma questão, mas errava ela várias vezes e não entendia o que estava de errado.”
Interação confusa	“Às vezes tinham questões de reposicionar um elemento na tela, e logo que tu digita a primeira coordenada, o elemento já muda de local, e isso dificultou pra saber qual seria a próxima coordenada a ser digitada.”
Sem opção de pular	“Não há opção de pular um exercício que eu estiver com dificuldade.”
Sobreposição visual	“Apenas sobre a pergunta ficar por cima do ponto que gostaria de explorar, em determinado momento.”

Fonte: Elaborado pelo autor.

A dificuldade mais conceitual foi relatada como a frustração por errar repetidamente sem entender a origem do erro, o que indica a necessidade de mecanismos de apoio ao usuário, como dicas contextuais ou mensagens explicativas. No aspecto da usabilidade, os participantes destacaram dois problemas: a atualização imediata dos elementos na tela ao digitar coordenadas, o que prejudica a antecipação da próxima ação, e a sobreposição da pergunta sobre os objetos

manipuláveis, dificultando a interação. Além disso, a ausência da funcionalidade de pular exercícios foi percebida como uma limitação à autonomia do estudante, especialmente diante de obstáculos pontuais. Tais dificuldades, embora pontuais, oferecem direções claras para o refinamento da interface e do suporte ao aprendizado.

## 6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho teve o objetivo de desenvolver e avaliar uma aplicação web interativa para ensino de álgebra linear aplicada à computação gráfica. O mínimo produto viável desenvolvido possui um total de 210 exercícios fixos, estruturados com progressão de dificuldade, abordando de forma visual em 2D e 3D, os principais conceitos de álgebra linear aplicados em CG, como pontos, vetores, soma de vetores, multiplicação por escalar, matrizes de transformação como translação, rotação e escala.

O trabalho envolveu a análise de trabalhos relacionados, realizando também o levantamento dos requisitos e o planejamento da plataforma, seu desenvolvimento e avaliação por meio de um formulário aplicado após o estudo de caso realizado na turma da disciplina de Computação Gráfica da Universidade Federal do Ceará - Campus Russas. Os resultados do formulário permitiram realizar a avaliação da usabilidade e aspectos pedagógicos da plataforma. Adicionalmente, o formulário permitiu identificar sugestões de melhorias relevantes para o aprimoramento das funcionalidades da plataforma.

Houve uma recepção geral positiva da plataforma por parte dos participantes em relação à usabilidade do CG.lab, reforçada tanto pelas afirmações avaliadas na escala Likert sobre usabilidade quanto nos relatos feitos nas questões abertas. A avaliação também apresentou resultados positivos em relação aos aspectos pedagógicos da plataforma, como a eficiência na abordagem visual dos conceitos, facilitação no entendimento e aumento na motivação para aprender. Destacou-se como pontos positivos a visualização dos conceitos matemáticos e o *feedback* em tempo real.

Adicionalmente, emergiram melhorias sugeridas pelos participantes em relação à aspectos de usabilidade, interação com os elementos e abordagem dos conteúdos. As principais sugestões foram a de permitir pular exercícios, incorporar dicas e explicações dos conceitos antes e durante as atividades e a sugestão de adicionar questões mais elaboradas com base em listas de exercícios disponibilizadas em sala de aula.

Ao longo deste estudo, foram identificadas algumas limitações que podem comprometer a validade dos resultados obtidos. Uma delas diz respeito ao possível cansaço ou desmotivação dos participantes durante o estudo de caso, uma vez que os exercícios foram realizados em sequência e dentro de um tempo limitado. Além disso, a amostra foi composta exclusivamente por estudantes de um único semestre da disciplina de Computação Gráfica, o que restringe a generalização dos resultados. Por fim, a taxa de resposta ao formulário foi inferior

ao número total de participantes, o que pode ter introduzido um viés de interesse, dado que os alunos mais engajados possivelmente foram os que decidiram responder.

Dessa forma, como trabalhos futuros, propõe-se:

- Implementar as melhorias mais recorrentes sugeridas pelos participantes, como dicas contextuais, exibição orientada de respostas corretas, opção de pular exercícios e ampliação do banco de atividades.
- Corrigir os problemas de usabilidade identificados, especialmente aqueles relacionados à sobreposição de elementos e à interação em exercícios com movimentação automática.
- Incorporar mais elementos de gamificação, como sistema de pontuação, conquistas, recompensas visuais e personalização de avatares, com o objetivo de aumentar o engajamento dos alunos.
- Ampliar a base de usuários da plataforma, aplicando-a em novas turmas de disciplinas como Álgebra Linear e Computação Gráfica, de modo a alcançar uma amostra mais diversificada.
- Realizar estudos longitudinais que analisem o desempenho e a adesão dos alunos ao longo do período letivo, permitindo investigar os impactos da ferramenta como recurso complementar ao ensino.
- Implementação de um módulo de criação de conteúdo que abstraia a necessidade de codificação. Por meio de uma interface gráfica do tipo arrastar e soltar, professores poderiam montar cenários, definir os objetivos de cada atividade e submeter novos exercícios diretamente à plataforma, fomentando o crescimento do banco de questões e a personalização do ensino.
- Adotar o uso de *learning analytics* para apoiar docentes no diagnóstico das principais dificuldades dos alunos, visando também equilibrar a dificuldade dos exercícios da plataforma.

Conclui-se que a plataforma CG.lab cumpriu com êxito o objetivo de apoiar o ensino e a aprendizagem de álgebra linear de forma interativa, visual e acessível. Os resultados obtidos confirmam o potencial pedagógico da ferramenta, ao mesmo tempo em que apontam caminhos claros para o seu aprimoramento contínuo e sua integração mais ampla no contexto educacional.

## REFERÊNCIAS

- AMARAL Érico; ÁVILA, B.; ZEDNIK, H.; TAROUÇO, L. Laboratório virtual de aprendizagem: Uma proposta taxonômica. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 9, 12 2011. ISSN 1679-1916. Disponível em: <<https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/24821>>. Acesso em: 28 nov. 2024.
- ANDRES, D. P.; CYBIS, W. de A. Um estudo teórico sobre as técnicas de avaliação de software educacional. In: **VI Congreso Argentino de Ciencias de la Computación**. [S.l.: s.n.], 2000. Disponível em: <<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/23499>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- ANTON, H. **Álgebra Linear com Aplicações**. 10ª. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. ISBN 8540701693.
- ARAÚJO, J. P. de. Laboratório virtual de matemática: possibilidades para uma prática docente mediada por recursos digitais. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 7 2024. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/60059>>. Acesso em: 29 nov. 2024.
- BARBOSA, E. F.; MOURA, D. G. de. Metodologias ativas de aprendizagem na educação profissional e tecnológica. **Boletim Técnico do Senac**, 2013.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. [S.l.]: Almedina Brasil, 2016.
- BATTAIOLA, A. L.; ELIAS, N. C.; DOMINGUES, R. de G. Um software para ensino de conceitos de computação gráfica. **Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância**, ABED - Associação Brasileira de Educação a Distância, v. 1, 5 2002. ISSN 1806-1362. Disponível em: <<https://seer.abed.net.br/RBAAD/article/view/113>>. Acesso em: 13 nov. 2024.
- BONWELL, C. C.; EISON, J. A. Active learning: Creating excitement in the classroom. **Washington, DC: Eric Digests**, 1991.
- BRILLIANT. **Brilliant | Learn by doing**. 2012. Disponível em: <<https://brilliant.org/>>. Acesso em: 14 jan. 2025.
- DETERDING, S.; DIXON, D.; KHALED, R.; NACKE, L. From game design elements to gamefulness: defining "gamification". In: **Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2011. (MindTrek '11), p. 9–15. ISBN 9781450308168. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/2181037.2181040>>.
- DUNN, F.; PERBERRY, I. **3D Math Primer for Graphics Programming and Game Development, Second Edition**. [S.l.]: A. K. Peters, 2011.
- DUOLINGO. **Duolingo - A melhor maneira do mundo de aprender um idioma**. 2012. Disponível em: <<https://pt.duolingo.com/>>. Acesso em: 14 jan. 2025.
- GLADSCHEFF, A. P. Um instrumento de avaliação da qualidade para software educacional de matemática. 2001.
- GUARIZZO, A. B.; SILVA, A. M. R. d.; ARAÚJO, A. F. d.; SANTOS, G. C. d.; BOTELHO, S. d. O.; PEREIRA, S. M. d. S.; PEREIRA, T. d. R. d. S.; WOODCOCK, Z. S. P. Metodologias de aprendizagem ativa: uma mudança de paradigma no ensino. **Caderno Pedagógico**, v. 21, n. 5, p. e4186, maio 2024. Disponível em:

<<https://ojs.studiespublicacoes.com.br/ojs/index.php/cadped/article/view/4186>>. Acesso em: 07 jul. 2025.

HEINEMANN, B.; GÖRZEN, S.; SCHROEDER, U. Teaching the basics of computer graphics in virtual reality. **Computers Graphics**, Pergamon, v. 112, p. 1–12, 5 2023. ISSN 0097-8493.

HOHENWARTER, M.; FUCHS, K. J. Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system geogebra. In: **Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching, Proceedings of Sprout-Slecting Conference (Sarvari, Cs. Hrsg.)**. [S.l.]: Bornus Nyomda, 2004. p. 128–133. Disponível em: <<https://uni-salzburg.elsevierpure.com/en/publications/combination-of-dynamic-geomtrey-algebra-and-calculus-in-the-softw>>. Acesso em: 19 nov. 2024.

HONG, Y.; SAAB, N.; ADMIRAAL, W. Approaches and game elements used to tailor digital gamification for learning: A systematic literature review. **Computers Education**, v. 212, p. 105000, 2024. ISSN 0360-1315. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131524000149>>. Acesso em: 12 jun. 2025.

HUGHES, J. F.; DAM, A. V.; MCGUIRE, M.; SKLAR, D. F.; FOLEY, J. D.; FEINER, S. K.; AKELEY, K. **Computer Graphics: Principles and Practice, Third Edition**. [S.l.]: Addison-Wesley Professional, 2013.

HUYNH, D.; IIDA, H. An analysis of winning streak's effects in language course of "duolingo". **Asia-Pacific Journal of Information Technology and Multimedia Jurnal Teknologi Maklumat dan Multimedia Asia-Pasifik**, v. 6, p. 23–29, 12 2017.

KEMP, J.; LIVINGSTONE, D. Putting a second life “metaverse” skin on learning management systems. **Academic Technology**, 8 2006. Disponível em: <<https://scholarcommons.scu.edu/acatech/7>>. Acesso em: 27 jan. 2025.

KIRYAKOVA, G.; ANGELOVA, N.; YORDANOVA, L. Gamification in education. In: **Proceedings of 9th international Balkan education and science conference**. [S.l.: s.n.], 2014.

KIZI, B. M. V. The role of computer graphics in modern engineering. **Journal of Applied Science and Social Science**, v. 15, n. 03, p. 13–18, Mar. 2025. Disponível em: <<https://www.internationaljournal.co.in/index.php/jasass/article/view/696>>. Acesso em: 07 jul. 2025.

LENGYEL, E. **Mathematics for 3D Game Programming and Computer Graphics, Third Edition**. [S.l.]: Stacy L. Hiquet, 2012.

MEYER, A. I. da S. **Ambientes Virtuais de Aprendizagem: Conceitos e características**. 2022. Disponível em: <<https://periodicos.ufes.br/kirikere/article/view/37409/25251>>. Acesso em: 22 nov. 2024.

MONTIBELER, J. P. Visedu-cg: aplicação didática para visualizar material educacional, módulo de computação gráfica. 2014.

MORO, G.; AUGUSTO, F.; VISEU, V.; SIPLE, I. Z. Ensino de álgebra linear: traços de uma pesquisa. Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), 2016. ISSN 2526-0758. Disponível em: <<https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/53691>>. Acesso em: 20 dez. 2024.

OLIVEIRA, N. de. Uma proposta para a avaliação de software educacional. 2001. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/81485>>. Acesso em: 12 jan. 2025.

REPIX VR - Learning environment for the Rendering Pipeline in Virtual Reality. 2022. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=U77hR7udyak>>. 1 vídeo (3min). Acesso em: 16 nov. 2024.

SCHMITT, M. A. R.; TAROUCO, L. M. R. Metaversos e laboratórios virtuais – possibilidades e dificuldades. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 6, 12 2008. Disponível em: <<https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/14577>>. Acesso em: 04 nov. 2024.

SHIRLEY, P.; MARSCHNER, S. **Fundamentals of Computer Graphics, Fourth Edition**. [S.l.]: A. K. Peters, 2016.

SILVA, M. M. da; KEMCZINSKI, A.; SANTOS, G. M. T. dos. O uso das metodologias ativas nas Áreas de matemática e ciência da computação: um mapeamento sistemático da literatura. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, 2022.

SINGH, G.; TULLI, N.; MANTRI, A. Issues and challenges in learning foundation linear algebra course with technology: A literature review. **2021 International Conference on Advance Computing and Innovative Technologies in Engineering, ICACITE 2021**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., p. 860–865, 3 2021.

SUSELO, T.; WUNSCHÉ, B. C.; LUXTON-REILLY, A. The journey to improve teaching computer graphics: A systematic review. **International Conference on Computers in Education**, Dec. 2017. Disponível em: <<https://library.apsce.net/index.php/ICCE/article/view/2269>>. Acesso em: 02 jun. 2025.

TCHOUNIKINE, P. **Computer Science and Educational Software Design**. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2011. ISBN 978-3-642-20002-1.

UNIJUI, U. R. do Noroeste do Estado do Rio Grande do S. **Laboratório Virtual de Matemática**. 2000. Disponível em: <<https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/>>. Acesso em: 15 nov. 2024.

ZICHERMANN, G.; CUNNINGHAM, C. **Gamification by Design: Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps**. [S.l.]: OReilly, 2011.

## APÊNDICE A – DETALHAMENTO DOS CASOS DE USO

### Caso de Uso 1: Realizar cadastro

**Ator:** Usuário (não autenticado).

**Resumo:** Permite que um novo usuário crie uma conta na plataforma para registrar seu progresso.

**Pré-condições:** O usuário não deve estar logado no sistema.

**Fluxo Principal:**

1. O usuário seleciona a opção "Registrar".
2. O usuário preenche os campos e submete o formulário.
3. O sistema valida os dados (ex: verifica se o e-mail já existe).
4. O sistema cria a nova conta de usuário.
5. O sistema autentica o usuário e o redireciona para a tela principal da plataforma.

**Pós-condições:** Uma nova conta de usuário é criada e o usuário está autenticado no sistema.

### Caso de Uso 2: Visualizar conteúdos

**Ator:** Usuário (autenticado ou convidado).

**Resumo:** Permite que o usuário navegue pela lista de conteúdos disponíveis na trilha de aprendizado principal.

**Pré-condições:** Nenhuma.

**Fluxo Principal:**

1. O usuário acessa a tela inicial da plataforma.
2. O sistema exibe a lista de conteúdos disponíveis (ex: Pontos 2D, Vetores, Matrizes).
3. O usuário seleciona um conteúdo de interesse.
4. O sistema exibe a lista de todos os exercícios pertencentes àquele conteúdo, mostrando seu título, descrição e status (concluído ou não, se o usuário estiver autenticado).
5. O usuário escolhe um conteúdo específico.

**Pós-condições:** O usuário está na tela de um conteúdo específico, pronto para escolher um exercício para resolver.

**Caso de Uso 3: Resolver exercícios**

**Ator:** Usuário (autenticado ou convidado).

**Resumo:** Permite ao usuário resolver os exercícios agrupados por conteúdos.

**Pré-condições:** Caso de Uso 2: Visualizar conteúdos.

**Fluxo Principal:**

1. O usuário seleciona o exercício que quer resolver.
2. O sistema carrega o cenário interativo do exercício.
3. O usuário interage com o exercício e submete sua resposta.
4. O sistema fornece *feedback* imediato sobre o acerto ou erro.

**Pós-condições:** O usuário pode seguir para o próximo exercício, tentar novamente ou sair do cenário interativo.

**Caso de Uso 4: Visualizar sequência de dias**

**Ator:** Usuário (autenticado).

**Resumo:** Permite ao usuário verificar sua sequência de dias consecutivos em que utilizou a plataforma.

**Pré-condições:** O usuário deve estar autenticado no sistema.

**Fluxo Principal:**

1. O usuário acessa a página principal.
2. O sistema consulta o registro de atividades do usuário.
3. O sistema calcula o número de dias consecutivos em que houve atividade.
4. O sistema exibe a sequência atual de dias ativos para o usuário, juntamente com um calendário visual que marca os dias praticados na semana.

**Pós-condições:** O usuário é informado sobre sua sequência de dias praticados.

### **Caso de Uso 5: Visualizar missão diária**

**Ator:** Usuário (autenticado).

**Resumo:** Apresenta ao usuário um objetivo quantitativo diário a ser cumprido na plataforma, como resolver um número específico de exercícios sobre um tema.

**Pré-condições:** O usuário deve estar autenticado.

**Fluxo Principal:**

1. O usuário acessa a página principal.
2. O sistema verifica a missão atribuída para o dia atual.
3. O sistema exibe a descrição da missão diária (ex: "Resolver 5 exercícios sobre soma de vetores") e o progresso atual do usuário para completá-la.

**Pós-condições:** O sistema monitora as atividades que o usuário completa, verificando se faz parte da missão diária.

### **Caso de Uso 6: Resolver exercícios aleatórios**

**Ator:** Usuário (autenticado ou convidado).

**Resumo:** Oferece uma modalidade de prática livre, permitindo que o usuário resolva exercícios gerados aleatoriamente sobre temas de sua escolha, sem seguir a trilha principal.

**Pré-condições:** Nenhuma.

**Fluxo Principal:**

1. O usuário acessa a página principal.
2. O sistema solicita que o usuário escolha um ou mais conteúdos para praticar.
3. O usuário confirma sua seleção e inicia a prática.
4. O sistema gera e exibe um exercício com variações nos valores numéricos e elementos geométricos, de acordo com os conteúdos escolhidos.
5. O usuário interage com o exercício e submete sua resposta.
6. O sistema fornece *feedback* imediato sobre o acerto ou erro.

**Pós-condições:** O usuário pode seguir para outro exercício gerado aleatoriamente, tentar novamente ou sair da tela de interação com o exercício.

## APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

**Título da pesquisa:** *CG.lab: plataforma web interativa para ensino de Álgebra Linear aplicada a Computação Gráfica*

**Objetivo da pesquisa:** esta pesquisa tem como finalidade analisar a percepção dos estudantes em relação ao uso da aplicação CG.lab, desenvolvida no contexto de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Os dados coletados auxiliarão na avaliação da eficácia da ferramenta no apoio ao ensino de álgebra linear e computação gráfica.

**Procedimentos:** para participar, você deverá utilizar a plataforma CG.lab e, posteriormente, responder a um formulário eletrônico contendo perguntas sobre sua experiência, com foco nos aspectos pedagógicos e de usabilidade do sistema. O tempo estimado para o preenchimento do formulário é de aproximadamente 10 minutos.

**Confidencialidade:** todas as respostas fornecidas serão tratadas de forma confidencial e analisadas de forma agregada, sem qualquer identificação pessoal. Nenhuma informação que possa identificá-lo(a) será coletada, garantindo completo anonimato dos participantes.

**Riscos e desconfortos:** não há riscos físicos, psicológicos ou sociais relevantes associados à participação. No entanto, é possível que ocorram leves desconfortos, como cansaço ou perda momentânea de interesse, devido à sequência de atividades em um curto intervalo de tempo.

**Benefícios esperados:** embora não haja benefícios diretos para o(a) participante, espera-se que os resultados obtidos contribuam para o aprimoramento de ferramentas educacionais voltadas ao ensino de computação gráfica e álgebra linear.

**Participação voluntária:** sua participação é totalmente voluntária. Você pode se recusar a participar ou desistir da pesquisa a qualquer momento, sem qualquer prejuízo acadêmico ou pessoal.

**Pesquisador responsável:** Aluno: Mateus Sousa Damiano — e-mail: mateusdamiano@alu.ufc.br Orientador: Prof. Dr. Rafael Fernandes Ivo

**Consentimento:** Ao prosseguir e responder ao formulário, você declara que leu e compreendeu as informações acima, concordando de forma voluntária em participar desta pesquisa.